

ИЗВЕСТИЯ
ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ

*Северо-Кавказский
регион*

ЕСТЕСТВЕННЫЕ

НАУКИ

2019

3

Редакционная коллегия:

В.Е. Закруткин – председатель редколлегии, доктор геол.-мин. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
В.А. Бабешко – академик РАН, доктор физ.-мат. наук, профессор, Кубанский государственный университет, Россия
Б.С. Карамурзов – доктор техн. наук, профессор, Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова, Россия
Ю.Ф. Коробейник – доктор физ.-мат. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
А.Г. Кусраев – доктор физ.-мат. наук, профессор, Южный математический институт ВНЦ РАН, Россия
Г.Г. Матишов – академик РАН, доктор геол.-мин. наук, профессор, Южный научный центр РАН, Россия
В.И. Минкин – академик РАН, доктор хим. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
М.Х. Рабаданов – доктор физ.-мат. наук, профессор, Дагестанский государственный университет, Россия
Э.З. Эмирбеков – доктор биол. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
В.Н. Труфанов – зам. председателя редколлегии, доктор геол.-мин. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
А.В. Абанин – доктор физ.-мат. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
О.С. Безуглова – доктор биол. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
Н.И. Бойко – доктор геол.-мин. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
А.В. Бочкарев – доктор геол.-мин. наук, профессор, Российский государственный университет нефти и газа им. И.М. Губкина, Россия
В.В. Внук – доктор биол. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
Л.С. Ворович – кандидат физ.-мат. наук, доцент, Южный федеральный университет, Россия
О.Н. Демина – доктор биол. наук, профессор, Карачаево-Черкесский государственный университет им. У.Д. Алиева, Россия
А.Г. Захаров – доктор техн. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
Я.М. Ерусалимский – зам. председателя редколлегии, кандидат физ.-мат. наук, доктор техн. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
М.И. Карякин – доктор физ.-мат. наук, доцент, Южный федеральный университет, Россия
С.Б. Климентов – доктор физ.-мат. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
С.И. Колесников – кандидат геогр. наук, доктор с.-х. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
Г.В. Куповых – доктор физ.-мат. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
С.В. Курбатов – доктор хим. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
А.М. Лерер – доктор физ.-мат. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
В.А. Миноранский – доктор с.-х. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
В.В. Онищенко – доктор геогр. наук, профессор, Карачаево-Черкесский государственный университет им. У.Д. Алиева, Россия
О.В. Назаренко – кандидат геогр. наук, доцент, Южный федеральный университет, Россия
Г.В. Пироговская – доктор с.-х. наук, профессор, Институт почвоведения и агрохимии НАН РБ, Белоруссия
В.С. Рабинович – доктор физ.-мат. наук, профессор, Национальный политехнический институт, Мексика
А.К. Сагателян – доктор геол.-мин. наук, Центр эколого-ноосферных исследований НАН РА, Армения
Э.С. Сианисян – доктор геол.-мин. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
Ю.А. Устинов – доктор физ.-мат. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
П. Фаттал – доктор наук, профессор, Университет Нанта, Франция
Ю.А. Федоров – доктор геогр. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
А.Д. Хованский – кандидат геол.-мин. наук, доктор геогр. наук, профессор, Южный федеральный университет, Россия
Е.А. Шинкаренко – ответственный секретарь

Учредители:

Дагестанский государственный технический университет,
Дагестанский государственный университет,
Донской государственный технический университет,
Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова,
Кубанский государственный технологический университет,
Ростовский государственный университет путей сообщения,
Ростовский государственный экономический университет (РИНХ),
Южно-Российский государственный политехнический университет им. М.И. Платова,
Южный федеральный университет

Над номером работали: Л.С. Ворович, В.И. Литвиненко, О.В. Назаренко, Н.Г. Шатравкина, М.С. Шипитко

Подписано в печать 04.10.2019. Выход в свет 10.10.2019. Формат 60×84 1/8. Бумага офсетная.
Шрифт Times. Усл. печ. л. 12,55. Уч.-изд. л. 12,85. Тираж 250 экз. Заказ № 7266

Адрес редакции и издателя (для переписки): 344006, г. Ростов-на-Дону, ул. Большая Садовая, 105/42, ЮФУ,
журнал «Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Естественные науки»,
e-mail: izvestiya@sfedu.ru, адрес в Интернете: www.izvestiya.sfedu.ru

Адрес редколлегии: 344090, г. Ростов-на-Дону, пр. Стачки, 200/1, корп. 2, к. 110,
тел.: +7 (863) 218-40-00 доб. 11-093; доб. 11-094.

Отпечатано в отделе полиграфической, корпоративной и сувенирной продукции
Издательско-полиграфического комплекса КИБИ МЕДИА ЦЕНТРА ЮФУ,
344090, г. Ростов-на-Дону, пр. Стачки, 200/1, корп. 1, к. 104, тел. +7 (863) 247-80-51

Editorial Board:

V.E. Zakrutkin - Chair of the Editorial Board, Doctor of Geology and Mineralogy, Professor, Southern Federal University, Russia
V.A. Babeshko - Academician, Russian Academy of Sciences, Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Kuban State University, Russia
B.S. Karamurзов - Doctor of Technical Sciences, Professor, Berbekov Kabardino-Balkarian State University, Russia
Yu.F. Korobeinik - Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Southern Federal University, Russia
A.G. Kusraev - Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Southern Mathematical Institute, Vladikavkaz Scientific Center, Russian Academy of Sciences, Russia
G.G. Matishov - Academician, Russian Academy of Sciences, Doctor of Geology and Mineralogy, Professor, Southern Scientific Center, Russian Academy of Sciences, Russia
V.I. Minkin - Academician, Russian Academy of Sciences, Doctor of Chemistry, Professor, Southern Federal University, Russia
M.H. Rabadanov - Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Dagestan State University, Russia
E.Z. Emirbekov - Doctor of Biology, Professor, Southern Federal University, Russia
V.N. Trufanov - Deputy Chair of the Editorial Board, Doctor of Geology and Mineralogy, Professor, Southern Federal University, Russia
A.V. Abanin - Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Southern Federal University, Russia
O.S. Bezuglova - Doctor of Biology, Professor, Southern Federal University, Russia
N.I. Boiko - Doctor of Geology and Mineralogy, Professor, Southern Federal University, Russia
A.V. Bochkarev - Doctor of Geology and Mineralogy, Professor, Gubkin Russian State University of Oil and Gas, Russia
V.V. Vnukov - Doctor of Biology, Professor, Southern Federal University, Russia
L.S. Vorovich - Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor, Southern Federal University, Russia
O.N. Dyomina - Doctor of Biology, Professor, Aliev Karachay-Cherkess State University, Russia
A.G. Zakharov - Doctor of Technical Sciences, Professor, Southern Federal University, Russia
Ya.M. Erusalimsky - Deputy Chair of the Editorial Board, Candidate of Physics and Mathematics, Doctor of Technical Sciences, Professor, Southern Federal University, Russia
M.I. Karjakin - Doctor of Physics and Mathematics, Associate Professor, Southern Federal University, Russia
S.B. Klimentov - Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Southern Federal University, Russia
S.I. Kolesnikov - Candidate of Geography, Doctor of Agricultural Science, Professor, Southern Federal University, Russia
G.V. Kupovykh - Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Southern Federal University, Russia
S.V. Kurbatov - Doctor of Chemistry, Professor, Southern Federal University, Russia
A.M. Lerer - Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Southern Federal University, Russia
V.A. Minoranskiy - Doctor of Agricultural Science, Professor, Southern Federal University, Russia
V.V. Onishchenko - Doctor of Geography, Professor, Aliev Karachay-Cherkess State University, Russia
O.V. Nazarenko - Candidate of Geography, Associate Professor, Southern Federal University, Russia
G.V. Pirogovskaya - Doctor of Agricultural Science, Professor, Institute of Soil Science and Agrochemistry, National Academy of Sciences of Belarus, Belarus
V.S. Rabinovich - Doctor of Physics and Mathematics, Professor, National Polytechnic Institute, Mexico
A.K. Saghatelian - Doctor of Geology and Mineralogy, Center for Ecological and Noospheric Studies, National Academy of Sciences of Armenia, Armenia
E.S. Sianisyan - Doctor of Geology and Mineralogy, Professor, Southern Federal University, Russia
Yu.A. Ustinov - Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Southern Federal University, Russia
P. Fattal - PhD, Professor, University of Nantes, France
Yu.A. Fedorov - Doctor of Geography, Professor, Southern Federal University, Russia
A.D. Khovanskiy - Candidate of Geology and Mineralogy, Doctor of Geography, Professor, Southern Federal University, Russia
E.A. Shinkarenko - Assistant Editor

The Founders

Dagestan State Technical University,
Dagestan State University,
Don State Technical University,
Berebekov Kabardino-Balkarian State University,
Kuban State Technological University,
Rostov State Transport University,
Rostov State University of Economics,
Platov South Russian State Technical University,
Southern Federal University

Magazine released L.S. Vorovich, V.I. Litvinenko, O.V. Nazarenko, N.G. Shatravkina, M.S. Shipitko

Signed print 04.10.2019. The publication 10.10.2019. Format 60×84 1/8. Offset paper. Font Times.
Conv. print. sheets 12.55. Publ. sign. 12.85. Edition 250 copies. Order number 7266.

Address of Editorial Board: 344006, Rostov-on-Don, Bolshaya Sadovaya St., 105/42,
SFU, journal "Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Severo-Kavkazskii region. Natural Science",
e-mail: izvestiya@sfedu.ru, Web Address: www.izvestiya.sfedu.ru

Address of Editorial Board: 344090, Rostov-on-Don, Stachki Ave, 200/1, build. 2, room 110,
phone +7 (863) 218-40-00 ext. 11-093; ext. 11-094.

Printed in the printing department, and corporate souvenirs,
Publishing and printing complex KIBI MEDIA CENTER, SFU,
344090, Rostov-on-Don, Stachki Ave, 200/1, build. 1, room 104, phone (863) 247-80-51

ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ. СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ РЕГИОН

IZVESTIYA VUZOV. SEVERO-KAVKAZSKII REGION

DOI 10.23683/0321-3005-2019-3

Регистрационный номер 011019
Комитета Российской Федерации по печати
Научно-образовательный и прикладной журнал
Издается с 1973 г.
Периодичность серии 4 номера в год
№ 3 (203) 2019 г.

Reg. No. 011019
Of the Committee of the Press of the Russian Federation
Scientifically educational and applied magazine
Was founded in 1973.
Period is 4 numbers per a year
No. 3 (203) 2019.

ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ

NATURAL SCIENCE

СОДЕРЖАНИЕ

CONTENTS

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES

- Жуков М.Ю., Ширяева Е.В., Васильев А.В.** Модель стационарного турбулентного течения и процесс седиментации примеси..... 4
Паес Белтран О.Л. Ограниченность гармонического проектора Бергмана в некоторых банаховых пространствах функций нестандартного роста 15
Петровская Н.В. Асимптотический анализ шестимерной модели свободной конвекции в сфероидальной полости при исчезающей диссипации..... 20
Старикова О.А. Нормальный вид и классы проективно конгруэнтных симметричных матриц 27
Тюриков Е.В. Критерий безусловной разрешимости для одного класса граничных задач теории бесконечно малых изгибаний поверхностей 34

- Zhukov M.Yu., Shiryayeva E.V., Vasiliev A.V.** The Model of Stationary Turbulent Flow and Sedimentation Process 4
Paez Beltran O.L. Boundedness of the Harmonic Bergman Projection in Various Banach Spaces with Non-Standard Function Spaces 15
Petrovskaya N.V. Asymptotic Analysis of the Six-Dimensional Model of Free Convection in a Spheroidal Cavity with Vanishing Dissipation..... 20
Starikova O.A. A Normal Form and Projective Congruent Symmetric Matrices Classes 27
Tyurikov E.V. The Criterion of Solvability Unconditional for a Class of Boundary Value Problems the Theory of Infinitesimal Bending of Surfaces..... 34

НАУКИ О ЗЕМЛЕ

SCIENCES OF EARTH

- Андреева Е.С., Климов П.В., Андреев С.С., Ларина Т.А., Липовицкая И.Н.** Аспекты загрязнения атмосферного воздуха Ростова-на-Дону (на примере периода времени с 2015 по 2017 г.)..... 39
Лагута А.А., Позорелов А.В. Трансформация Краснодарского водохранилища (1941–2018 гг.) 45
Панов Б.Н., Спиридонова Е.О., Жукова С.В. Роль атмосферной циркуляции в процессе устойчивых изменений солености вод Азовского моря 55
Пономарев В.С., Иванов К.С., Ерохин Ю.В. Вещественный состав базальтов и долеритов из доюрского основания Западно-Сибирской плиты (Верхнехудо-сейская площадь, ЯНАО) 62

- Andreeva E.S., Klimov P.V., Andreev S.S., Larina T.A., Lipovitskaya I.N.** Aspects of Air Pollution in Rostov-on-Don (for Example the Time Period from 2015 to 2017) 39
Laguta A.A., Pogorelov A.V. The Transformation of the Krasnodar Reservoir (1941-2018)..... 45
Panov B.N., Spiridonova E.O., Zhukova S.V. The Role of Atmospheric Circulation in the Process of Steady Changes in the Salinity of the Azov Sea Waters 55
Ponomarev V.S., Ivanov K.S., Erokhin Yu.V. Composition of Basalts and Dolerites from the Pre-Jurassic Basis of the West Siberian Plate (Verkhnekhudoseyskaya Area, YNAD)..... 62

Решетняк О.С., Даниленко А.О., Косменко Л.С., Кондакова М.Ю. Тенденции изменчивости химического состава речных вод Западно-Сибирской части Арктической зоны России	70	Reshetnyak O.S., Danilenko A.O., Kosmenko L.S., Kondakova M.Yu. Trends in Chemical Composition variability of River Waters of the West Siberian Part of Arctic Zone, Russia.....	70
Скрипка Г.И., Ивлиева О.В., Беспалова Л.А., Сердюк Л.В., Калиманов Т.А. Мониторинг эрозионных процессов водоохранной зоны Цимлянского водохранилища с помощью программно-аппаратного комплекса	80	Skripka G.I., Ivlieva O.V., Bespalova L.A., Serdyuk L.V., Kalimanov T.A. Erosion Processes Monitoring in the Tsimlyansk Reservoir Water Protection Zone Using Software and Apparatus Complex.....	80
Сухоносенко Д.С. Анализ пространственной динамики загрязнения почв тяжелыми металлами в пределах селитебной зоны города Михайловка.....	88	Suhonosenko D.S. Analysis of the Spatial Dynamics of Soil Contamination with Heavy Metals within the Residential Area of the City of Mikhailovka	88

БИОЛОГИЧЕСКИЕ НАУКИ

Вардун В.М., Колесников С.И., Тимошенко А.Н., Казеев К.Ш., Акименко Ю.В. Влияние наночастиц Al_2O_3 , TiO_2 , Fe_2O_3 и SiO_2 на биологическое состояние чернозема обыкновенного	95	Varduni V.M., Kolesnikov S.I., Timoshenko A.N., Kazeev K.Sh., Akimenko Yu.V. Influence of Nanoparticles of Al_2O_3 , TiO_2 , Fe_2O_3 and SiO_2 on the Biological Condition of the Chernozem Ordinary	95
---	----	---	----

НАУЧНАЯ ЖИЗНЬ

Ватulyan А.О., Карякин М.И., Назаров А.А. XII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики (Уфа, 19–25 августа 2019 г.)	101	Vatulyan A.O., Karyakin M.I., Nazarov A.A. 12th All-Russian Congress on Fundamental Problems of Theoretical and Applied Mechanics (Ufa, August 19-25, 2019).....	101
Карапетыанц А.Н., Пичугина О.А. III Международная Кавказская математическая конференция (Ростов-на-Дону, 26–29 августа 2019 г.).....	103	Karapetyants A.N., Pichugina O.A. 3th International Caucasian Mathematical Conference (Rostov-on-Don, August 26-29, 2019)	103

К 100-ЛЕТИЮ Ю.А. ЖДАНОВА

Бабешко В.А. Юрий Андреевич Жданов – выдающийся ученый, философ и созидатель	106	Babeshko V.A. Yuriy Andreevich Zhdanov - Outstanding Scientist, Philosopher and Creator.....	106
---	-----	---	-----

BIOLOGICAL SCIENCES

SCIENTIFIC LIFE

TO THE 100TH ANNIVERSARY OF YU.A. ZHDANOV

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

PHYSICAL AND MATHEMATICAL SCIENCES

УДК 532.5, 556

DOI 10.23683/0321-3005-2019-3-4-14

МОДЕЛЬ СТАЦИОНАРНОГО ТУРБУЛЕНТНОГО ТЕЧЕНИЯ И ПРОЦЕСС СЕДИМЕНТАЦИИ ПРИМЕСИ*

© 2019 г. М.Ю. Жуков^{1,2}, Е.В. Ширяева¹, А.В. Васильев¹

¹Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия,

²Южный математический институт, Владикавказ, Россия

THE MODEL OF STATIONARY TURBULENT FLOW AND SEDIMENTATION PROCESS

M.Yu. Zhukov^{1, 2}, E.V. Shiryayeva¹, A.V. Vasiliev¹

¹Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russia,

²Southern Institute of Mathematics, Vladikavkaz, Russia

Жуков Михаил Юрьевич – доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой вычислительной математики и математической физики, Институт математики, механики и компьютерных наук им. И.И. Воровича, Южный федеральный университет, ул. Мильчакова, 8а, г. Ростов-на-Дону, 344090, Россия; профессор, Южный математический институт, ул. Маркуса, 22, Владикавказ, РСО-А, 362027, Россия, e-mail: myzhukov@sfedu.ru

Ширяева Елена Владимировна – кандидат физико-математических наук, доцент, кафедра вычислительной математики и математической физики, Институт математики, механики и компьютерных наук им. И.И. Воровича, Южный федеральный университет, ул. Мильчакова, 8а, г. Ростов-на-Дону, 344090, Россия, e-mail: evshiryayeva@sfedu.ru

Васильев Андрей Владимирович – магистрант, кафедра вычислительной математики и математической физики, Институт математики, механики и компьютерных наук им. И.И. Воровича, Южный федеральный университет, ул. Мильчакова, 8а, г. Ростов-на-Дону, 344090, Россия, e-mail: avvasiliev1995@gmail.com

Michael Yu. Zhukov - Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Head of Department of Mathematics and Mathematical Physics, Vorovich Institute of Mathematics, Southern Federal University, Milchakova St., 8a, Rostov-on-Don, 344090, Russia; Professor, Southern Institute of Mathematics, Markusa St., 22, Vladikavkaz, RNO-A, 362027, Russia, e-mail: myzhukov@sfedu.ru

Elena V. Shiryayeva - Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor, Department of Mathematics and Mathematical Physics, Vorovich Institute of Mathematics, Southern Federal University, Milchakova St., 8a, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: evshiryayeva@sfedu.ru

Andrew V. Vasiliev - Magistrate, Department of Mathematics and Mathematical Physics, Vorovich Institute of Mathematics, Southern Federal University, Milchakova St., 8a, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: avvasiliev1995@gmail.com

На основе общих уравнений движения жидкости построена асимптотическая модель двухслойного пространственно одномерного стационарного турбулентного течения вязкой несжимаемой жидкости в области, бесконечной в горизонтальном направлении. В качестве малого параметра при построении главных членов асимптотических разложений используется отношение характерных размеров в вертикальном и горизонтальном направлениях. Кинематическая турбулентная вязкость задается кусочно-гладкой, постоянной в верхнем слое и зависящей от координат в

* Работа выполнена при финансовой поддержке базовой части государственного задания № 1.5169.2017/БЧ Министерства образования и науки РФ, ЮФУ.

нижней. Кроме этого, считается, что на верхней границе вязкость обращается в нуль. Особенностью модели является отказ от условий прилипания вязкой жидкости к нижней границе нижнего слоя. Показано, что в окрестности нижней границы, в тех её частях, которые соответствуют впадинам (ямам), имеются придонные вихри. В указанном стационарном течении исследуется квазистационарный процесс седиментации пассивной взвешенной примеси. Профили течения жидкости определяются аналитически. Для численного решения задачи о седиментации примеси в поле тяжести использован метод конечных элементов, позволяющий эффективно решать задачи с кусочно-гладкими коэффициентами. Структура построенного аналитического решения для течения жидкости позволяет при дополнительных предположениях без труда использовать и классический вариант краевых условий, соответствующих прилипанию вязкой жидкости к нижней границе или её фрагментам.

Ключевые слова: вязкая жидкость, турбулентная вязкость, седиментация, придонные вихри, метод конечных элементов.

On the basis of general equations of fluid motion the asymptotic model of two-layer spatially one-dimensional stationary turbulent flow of viscous incompressible fluid in the region infinite in the horizontal direction is constructed. The coefficient which is characterized scales in the vertical and horizontal directions is used as a small parameter in the construction of the principal terms of asymptotic expansions. The kinematic turbulent viscosity is defined as piecewise smooth-constant in the top layer and dependent on the coordinates in the bottom layer. In addition, we assume that viscosity is zero at the outer boundary of the top layer. A feature of the model is the rejection of the non-slip boundary condition at the lower boundary of the bottom layer. It is shown that in the vicinity of the lower boundary there are near-wall vortices in those parts of boundary that correspond to the non-straight fragments with negative curvature. The quasi-stationary process of the passive impurity suspended sedimentation is investigated in this stationary flow. The fluid flow profiles are determined analytically, and for the numerical solution of the sedimentation problem in the gravity, the finite element method is used, that allow us effectively to solve the problems with piecewise smooth coefficients. The structure of the analytical constructed solution for the fluid flow allows us to easily use the classical version of the non-slip boundary conditions at the lower boundary or its fragments.

Keywords: viscous liquid, turbulent viscosity, sedimentation, bottom vortices, finite element method.

На основе асимптотической модели двухслойного пространственно одномерного стационарного турбулентного течения исследуются седиментация и перенос пассивной примеси в бесконечных горизонтальных слоях. Разделение течения на два слоя является по сути фиктивным и связано с заданием коэффициента кинематической турбулентной вязкости в виде непрерывной кусочно-гладкой функции вертикальной координаты с разрывом производной на границе между слоями. Такой выбор вязкости, в частности, предложен в монографии [1, с. 33–35] и достаточно хорошо согласуется с известными экспериментальными измерениями в реальных течениях жидкости [2, гл. 20]. В нижнем слое турбулентная вязкость выбрана зависящей от вертикальной координаты. Горизонтальная компонента скорости имеет логарифмический профиль, типичный для турбулентных течений. В верхнем слое вязкость не зависит от вертикальной координаты. Горизонтальная скорость имеет степенной профиль, характерный для ламинарных течений. На границе между слоями вязкость непрерывна. Описанный выше вид вязкости предложен в [1] для однослойной модели с плоскими границами горизонтального слоя – верхней свободной и нижней плоской (дно водоема). В середине слоя вязкость непрерывная, гладкая и имеет разрыв второй производной. Для предлагаемой модели приведены различные гидрологические соотношения и обоснования пре-

имуществ такого выбора. Представляется более естественным описывать течение с указанной вязкостью при помощи двухслойной модели – в каждом вертикальном сечении в верхнем слое вязкость постоянная, в нижнем зависит от вертикальной координаты. Анализ показал, что модель двухслойного течения, в частности, избавлена от основного недостатка моделей для однослойного течения – необходимости использования гипотезы о «мгновенной адаптации», по которой профиль свободной поверхности жидкости полностью повторяет рельеф дна водоема (по поводу критики такой гипотезы см. [3–7]).

Асимптотическая модель, являющаяся вариантом гидростатической модели для стационарного течения однослойной жидкости с постоянной вязкостью, предложена в работе [8], где обоснована гипотеза о «мгновенной адаптации» и приведено численное исследование поведения пассивной примеси конечно-разностными методами. Предлагаемая ниже асимптотическая модель двухслойного течения принципиально не отличается от модели в [8] в том смысле, что использованы те же самые предположения о порядках малости параметров задачи. Однако выбор кусочно-гладкой турбулентной вязкости приводит к решению, которое существенно отличается от указанного в [8].

Особенностью предлагаемой модели двухслойного течения является замена классических крае-

вых условий прилипания на нижней границе кинематическим условием, характерным для свободной деформируемой поверхности. Для описания стационарного течения жидкости с профилем горизонтальной скорости, логарифмическим для нижнего слоя и степенным для верхнего, построено аналитическое решение, анализ которого позволил для некоторых значений параметров обнаружить наличие придонных вихревых структур. Оказалось, что такая модель дает возможность задавать произвольные профили границ – нижней, между слоями и свободной верхней. Структура предлагаемого решения при некоторых предположениях позволяет легко перейти к решению для классических условий прилипания.

Задача о седиментации и переносе пассивной примеси решается численно при помощи метода конечных элементов. Кинетические коэффициенты уравнения диффузии с переносом, в отличие от модели, предложенной в [8], выбраны более реалистичными. Коэффициент диффузии не считается постоянным. Он пропорционален вязкости (в соответствии с так называемой аналогией Рейнольдса [9]). Для скорости седиментации примеси в поле тяжести выбрана простейшая формула Стокса, соответствующая шарообразным частицам. Ее без труда можно заменить любой из предлагаемых в многочисленных работах формул [3, с. 51, 154–158], учитывающих иные формы частиц, их размеры и т. д. Выбор метода конечных элементов для решения обусловлен, в частности, тем, что в его основе лежит слабая формулировка задачи, позволяющая без труда строить решения задач с кусочно-разрывными коэффициентами (в данном случае турбулентной вязкости и диффузии). Это дает возможность решить задачу о переносе примеси для всей области в целом, а не для каждого слоя области в отдельности. Специальные приемы аппроксимации уравнений позволяют существенно повысить точность выполнения уравнения баланса массы.

Основные уравнения и соотношения

Рассматривается седиментация примеси в стационарном пространственно двухмерном турбулентном течении несжимаемой вязкой жидкости в случае, когда кинематическая турбулентная вязкость задается соотношениями:

$$\begin{aligned} \mu_0(x, z) &= K_z \begin{cases} \mu^t(x), & \eta \leq z \leq \eta^t, \\ \mu^b(x, z), & \eta^b \leq z \leq \eta, \end{cases} \quad (1) \\ \mu^t(x) &= (\eta(x) - \eta^b(x))(\eta^t(x) - \eta(x)), \\ \mu^b(x, z) &= (z - \eta^b(x))(\eta^t(x) - z). \end{aligned}$$

Здесь K_z – характерная безразмерная турбулентная вязкость; $\eta^t(x)$, $\eta^b(x)$, $\eta(x)$ – функции, задаю-

щие свободную границу жидкости, рельеф дна и некоторую промежуточную границу, на которой происходит изменение характера поведения вертикального профиля вязкости (в части формул (1) аргумент x опущен для сокращения записи); x , z – горизонтальные и вертикальные координаты.

Соотношения (1) для случая плоских границ (η^t , η^b , η – постоянные, зависимость вязкости от горизонтальной координаты x отсутствует) предложены в [1, с. 33–35] и достаточно хорошо коррелируют с результатами экспериментов [2, гл. 20; 10].

Наличие поверхности $z = \eta(x)$, на которой профиль вязкости по переменной z непрерывен ($\mu^t(x) = \mu^b(x, \eta(x))$) и в общем случае кусочно-гладкий ($\mu_z^t(x) \neq \mu_z^b(x, \eta(x))$), делает разумным рассмотрение модели двухслойного течения жидкости.

Для описания поведения жидкости и примеси используем упрощенные асимптотические уравнения, записанные в безразмерном виде в прямоугольной системе координат. Ось x наклонена к горизонтали под углом α , направление оси z (при $\alpha = 0$) противоположно направлению действия силы тяжести:

$$u_x + w_z = 0, \quad (2)$$

$$\tau_z + g_0 \sin \alpha = 0, \quad \tau = \mu_0 u_z, \quad (3)$$

$$0 = -p_z - g_0 \cos \alpha, \quad (4)$$

$$c_t + u c_x + w c_z + i_z = 0, \quad (5)$$

$$i = -D_0 c_z + c S_0 \cos \alpha. \quad (6)$$

В (2)–(6) $u(x, z)$, $w(x, z)$ – горизонтальная и вертикальная компоненты скорости; $\tau(x, z)$ – касательное напряжение; $p(x, z)$ – давление; $c(x, z, t)$ – концентрация примеси; i – нормальная компонента плотности потока примеси; $D_0(x, z)$ – коэффициент диффузии; $S_0(x, z)$ – скорость седиментации ($S_0 < 0$ соответствует движению примеси в поле тяжести по направлению ко дну водоема); g_0 – величина ускорения силы тяжести; $\mu_0(x, z)$ – кинематическая вязкость жидкости; α – угол наклона к горизонтальной плоскости.

Уравнения справедливы для верхнего $\mathbb{L}^t = \{(x, z): \eta^t(x) \leq z \leq \eta(x)\}$ и нижнего $\mathbb{L}^b = \{(x, z): \eta(x) \leq z \leq \eta^b(x) + z^0(x)\}$ слоев, где $z^0(x)$ – шероховатость границы $z = \eta^b(x)$, которую необходимо рассматривать в теории для того, чтобы при выбранной вязкости (1) не возникало сингулярности скорости течения на границе (рис. 1) [2, гл. 20]. В дальнейшем величины, относящиеся к различным слоям, снабжены верхними индексами: для верхнего слоя (t) и для нижнего (b).

Простейшие асимптотические уравнения, аналогичные (2)–(6), рассматривались и численно исследовались для случая одного слоя и постоянных коэффициентов вязкости и диффузии в [8], более общие двухслойные модели, описывающие нестационарные процессы седиментации примеси, – в [3–7].

Заметим, что (2)–(6) являются упрощением уравнений классической гидростатической модели – давление определяется уравнением гидростатики (4), но, кроме этого, при определении горизонтальной скорости с помощью уравнения (3) пренебрегают инерциальными членами и градиентом давления в горизонтальном направлении.

Асимптотические уравнения получены на основе общих уравнений, описывающих поведение вязкой несжимаемой жидкости, движущейся по наклонной плоскости под действием силы тяжести и содержащей пассивную примесь. В безразмерных переменных они имеют вид

$$\begin{aligned}\operatorname{div} \mathbf{v} &= 0, \quad \frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla, \\ \rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} &= -\nabla p + \operatorname{div} \mathbb{T} + \rho \mathbf{F}, \\ \mathbb{T} &= \rho \mu (\nabla \mathbf{v} + (\nabla \mathbf{v})^T), \\ \rho \frac{dc}{dt} + \operatorname{div} \mathbf{i} &= 0, \\ \mathbf{i} &= -\rho D \nabla c + \rho c \mathbf{S}, \\ \mathbf{S} &= S(-\sin \alpha, \cos \alpha), \\ \mathbf{F} &= g(\sin \alpha, -\cos \alpha).\end{aligned}\quad (7)$$

Здесь $\mathbf{v} = (u, w)$, u, w – горизонтальная и вертикальная компоненты скорости; p – давление; $\mathbb{T}$ – тензор вязких напряжений; c – концентрация примеси; $\mathbf{i}$ – плотность потока примеси; D – коэффициент диффузии; $\mathbf{S}$ – скорость седиментации ($S < 0$ соответствует затоплению примеси в поле тяжести); ρ – плотность жидкости; g – величина ускорения силы тяжести; μ – кинематическая вязкость жидкости; α – угол наклона плоскости к горизонтальной поверхности.

Связь между безразмерными и размерными переменными, отмеченными тильдой, дается соотношениями:

$$\begin{aligned}(\tilde{t}, \tilde{x}, \tilde{u}) &= (T_* t, L_* x, L_* T_*^{-1} u), \\ (\tilde{c}, \tilde{\rho}, \tilde{\mu}, \tilde{g}) &= (c_* c, \rho_* \rho, \mu_* \mu, g_* g), \\ (\tilde{z}, \tilde{\eta}^t, \tilde{\eta}, \tilde{\eta}^b, \tilde{z}^0) &= H_*(z, \eta^t, \eta, \eta^b, z^0),\end{aligned}\quad (8)$$

$$\begin{aligned}(\tilde{w}, \tilde{S}) &= H_* T_*^{-1} (w, S_0), \\ \tilde{p} &= \rho_* L_*^2 T_*^{-2} p, \quad \rho = 1, \\ \mu_0 \varepsilon &= \tilde{\mu} T_* L_*^{-2}, \quad D_0 \varepsilon^2 = \tilde{D} T_* L_*^{-2}, \\ g_0 &= \varepsilon g_* T_*^2 L_*^{-1}, \quad \varepsilon = \frac{H_*}{L_*}.\end{aligned}\quad (9)$$

Здесь T_* , ρ_* , c_* , g_* – характерные величины времени, плотности, концентрации, ускорения силы тяжести; L_* , H_* – характерные размеры в направлениях x, z ; ε – отношение характерных размеров.

Уравнения (2)–(6) являются главным членом асимптотического разложения уравнений (7) при $\varepsilon \rightarrow 0$ и при выполнении условий

$$\begin{aligned}g_0 &= O(1), \quad \mu_0 = O(1), \\ D_0 &= O(1), \quad S_0 = O(1).\end{aligned}\quad (10)$$

Соблюдение соотношений (10) не является критическим. Как правило, асимптотические модели, в

частности, уравнения (2)–(6), справедливы для достаточно широкой области изменения параметров, необязательно совпадающей с той областью, которая требуется для строгого математического вывода.

Гидрологические определяющие соотношения. Система уравнений (2)–(6) не является замкнутой в том смысле, что в отличие от коэффициента турбулентной вязкости μ_0 (1) конкретный вид коэффициента диффузии D_0 и скорости седиментации S_0 не указан.

Коэффициент турбулентной вязкости. Для размерной величины коэффициента турбулентной вязкости в случае установившегося турбулентного течения при исследовании русловых потоков обычно используется соотношение [2, гл. 20; 11, (4.10); 12, (42)]

$$\tilde{\mu} = \kappa v_* H_* \mu^b(x, z), \quad (11)$$

где κ – постоянная Кармана ($\approx 0,4$); v_* – динамическая скорость течения в русловом потоке; H_* – глубина потока; μ^b – безразмерная функция, определенная формулой (1).

В случае использования соотношения (11) размерная горизонтальная скорость течения $\tilde{u}$ определяется формулой [11, (4.2); 12 (42.4)]

$$\tilde{u} = \frac{v_*}{\kappa} \ln \frac{z - \eta^b}{z^0}. \quad (12)$$

При определении динамической скорости v_* в случае открытого русла применяется формула [11, (3.9)]

$$v_*^2 = g_* H_* I, \quad I \approx \alpha \approx \sin \alpha, \quad (13)$$

где I – гидравлический уклон.

Для согласования (11)–(13) с использованным переходом к безразмерным величинам (8), (9) следует выбирать величину динамической скорости v_* в качестве характерной скорости и параметр K_z , входящий в (1), в виде

$$K_z = \kappa, \quad v_* = \frac{L_*}{T_*}. \quad (14)$$

Обратим внимание на то, что уравнение (3) после подстановки формулы (1) содержит безразмерный параметр

$$\frac{g_0 \sin \alpha}{K_z} = \frac{1}{\kappa} = \frac{g_* H_* \sin \alpha}{\kappa v_*^2}, \quad (15)$$

который в [8] обозначается $2R$ и трактуется как число Рейнольдса. Действительно, в случае ламинарных течений величина K_z аналогична обычной вязкости (не определяется формулой (14)), и такая трактовка разумна. Однако в случае турбулентных течений с универсальным логарифмическим профилем указанный параметр также является универсальным и равным κ^{-1} .

Коэффициент турбулентной диффузии. Для коэффициента турбулентной диффузии используем

аналогию Рейнольдса – пропорциональность коэффициента турбулентной диффузии и кинематической турбулентной вязкости [2, с. 269; 9, с. 287].

$$D_0(x, z) = \delta \mu_0(x, z), \quad (16)$$

где $\delta^{-1} = \text{Pr}$ – диффузионное число Прандтля (число Пекле $\text{Pe} = (\varepsilon \kappa \delta)^{-1}$).

В гидрологии под аналогией Рейнольдса иногда понимают равенство всех размерных кинематических коэффициентов – турбулентной кинематической вязкости, турбулентной теплопроводности и, в частности, турбулентной диффузии ($\tilde{\mu} = \tilde{D}$ [11, (3.29)]). Однако, как указано в [11, с. 48], для турбулентной диффузии такая аналогия работает лишь при малых значениях концентраций и для мелких взвешенных частиц примеси. Именно по этой причине в формуле (16) присутствует дополнительный параметр – диффузионное число Прандтля.

Скорость седиментации. Для скорости седиментации частиц примеси используем формулу Стокса, определяющую скорость движения сферических частиц в вязкой жидкости [11, 12], которую удобно записать, используя размерные величины:

$$S_0(x, z) = \frac{g_* d_*^2 T_*}{18 \mu_* H_*} \left(1 - \frac{\rho_*^S}{\rho_*} \right), \quad (17)$$

где d_* – характерный диаметр частиц примеси; μ_* – обычная (нетурбулентная) размерная кинематическая вязкость жидкости; ρ_*^S – плотность частиц; ρ_* – плотность жидкости.

В речных потоках плотность твердых частиц ρ_*^S изменяется в достаточно узких пределах 2600–2700 кг·м⁻³. Характерный размер частиц d_* в зависимости от их типа можно, например, задавать при помощи таблицы из [11, с. 186; 3, с. 147].

Формулу (17) с учетом (14) удобно представить в форме

$$S_0(x, z) \cos \alpha = s_0, \quad (18)$$

$$s_0 = \frac{g_* d_*^2 L_* \cos \alpha}{18 \mu_* H_* v_*} \left(1 - \frac{\rho_*^S}{\rho_*} \right).$$

Взамен (17) можно использовать любую из многочисленных формул, имеющих в литературе (монография [3, с. 51, 154–158] и цитируемые в ней источники). Предписываемый формулами (10) порядок величины $S_0 = O(1)$ легко обеспечить выбором величин d_* , ρ_*^S . Это можно трактовать и как некоторое ограничение на размер и плотность частиц, для которых применимо асимптотическое приближение. Оно, как вновь уместно отметить, в действительности может иметь более широкую область применимости, чем диктуемую ограничениями (10). Обратим внимание на то, что в формуле (18) присутствует обычная вязкость μ_* , а не турбулентная $\tilde{\mu}$. Иными словами, турбулентный механизм процесса переноса примеси в вязкой жидкости под действием силы тяжести не предполагается.

Шероховатость. Параметр шероховатости $z^0(x)$ (точнее, функция) является феноменологическим параметром. Существует большое количество теорий и полуэмпирических соотношений для его определения [1, формулы (2.25)–(2.27); 3, с. 147–150; 11, с. 39, 40]. Хотя теория и позволяет считать шероховатость зависящей от координаты x , чаще всего выбирается $z^0(x) = \text{const}$. Далее считаем [3, с. 150, табл. К.5; 13]

$$k_*^e = 15 d_*^e, \quad z_*^0 = 0,033 k_*^e,$$

где k_*^e – эффективный выступ шероховатости; d_*^e – характерный размер шероховатости.

Модель двухслойного течения жидкости

Уравнения (2)–(6), описывающие процесс седиментации примеси, расщепляются – предварительно из (2), (3) определяется профиль стационарного течения жидкости, затем из (5), (6) – нестационарный профиль концентрации.

Уравнения (2), (3) следует дополнить краевыми условиями. Удобнее решать задачу и формулировать краевые условия при помощи функции тока, позволяющей автоматически удовлетворить уравнение (2). Для каждого слоя функция тока задается соотношениями:

$$\begin{aligned} u^t &= \psi_z^t, & w^t &= -\psi_x^t, \\ u^b &= \psi_z^b, & w^b &= -\psi_x^b. \end{aligned} \quad (19)$$

Полная постановка задачи для определения профилей стационарного течения с учетом (19) имеет вид (у функций $\eta^t(x)$, $\eta(x)$, $\eta^b(x)$ для сокращения записи опущены аргументы)

$$\begin{aligned} \tau_z^t + g_0 \sin \alpha &= 0, & \tau^t &= K_z \mu^t \psi_{zz}^t, \\ \tau_z^b + g_0 \sin \alpha &= 0, & \tau^b &= K_z \mu^b \psi_{zz}^b, \end{aligned} \quad (20)$$

$$\psi_{zz}^t(x, \eta^t) = 0, \quad (\tau^t(x, \eta^t) = 0), \quad (21)$$

$$\psi^t(x, \eta^t) = Q^t + Q^b, \quad (22)$$

$$\psi^t(x, \eta) = Q^b, \quad \psi^b(x, \eta) = Q^b, \quad (23)$$

$$\mu^t(x) \psi_{zz}^t(x, \eta) = \mu^b(x, \eta) \psi_{zz}^b(x, \eta), \quad (24)$$

$$\psi^b(x, \eta^b(x) + z^0(x)) = 0, \quad (25)$$

$$Q^t = \int_{\eta}^{\eta^t} u^t(x, z) dz = \psi^t(x, \eta^t) - \psi^t(x, \eta),$$

$$Q^b = \int_{\eta^b + z^0}^{\eta} u^b(x, z) dz = \quad (26)$$

$$= \psi^b(x, \eta) - \psi^b(x, \eta^b + z^0).$$

Здесь Q^b , Q^t – заданный расход жидкости в каждом слое (Q^b , $Q^t = \text{const}$). Динамические условия (21), (24) следуют из непрерывности на границах нормальной компоненты полного тензора напряжений ($[-p\mathbf{n} + \mathbf{T} \cdot \mathbf{n}] = 0$, где $[\cdot]$ означает величину разрыва функции) и соответствуют отсутствию касательного напряжения τ на свободной границе и непрерывности касательного напряжения между слоями. Кинематические условия (22), (23), (25) эквивалентны отсутствию на границе нормальной

компоненты скорости ($\mathbf{v} \cdot \mathbf{n} = 0$). Два кинематических условия (23) возникают ввиду неподвижности границы $z = \eta(x)$ между слоями $\mathbb{L}^t, \mathbb{L}^b$.

Интегрируя уравнения (20) по z и используя динамические условия (21) и (24), получим с учётом (15)

$$\begin{aligned}\mu^t \psi_{zz}^t &= \tau^t = \frac{\eta^t(x) - z}{\kappa}, \\ \mu^b \psi_{zz}^b &= \tau^b = \frac{\eta^t(x) - z}{\kappa}.\end{aligned}\quad (27)$$

Обратим внимание, что в силу краевых условий (21), (24) соотношения для касательных напряжений τ^b, τ^t в слоях $\mathbb{L}^b, \mathbb{L}^t$ совпадают между собой.

Решение задачи (27), (22), (23), (25)–(26) записывается в форме

$$\begin{aligned}\psi^t(x, z) &= -\frac{(z - \eta^t)^3}{6\kappa\mu^t(x)} + \\ &+ \frac{(z - \eta^t)(\eta^t - \eta^b)^2}{6\kappa\mu^t(x)} + \frac{z - \eta^t}{\eta^t - \eta^b} Q^t + Q^b,\end{aligned}\quad (28)$$

$$\begin{aligned}\psi^b(x, z) &= \frac{(z - \eta^b)}{\kappa} \ln \frac{z - \eta^b}{z^0} - \\ &- \frac{(\eta^t - \eta^b)}{\kappa} \frac{(z - \eta^b - z^0)}{(\eta^t - \eta^b - z^0)} \ln \frac{\eta^t - \eta^b}{z^0} + \\ &+ Q^b \frac{(z - \eta^b - z^0)}{(\eta^t - \eta^b - z^0)}.\end{aligned}\quad (29)$$

Величины Q^t, Q^b можно задавать произвольными константами. Скорости u^t, w^t, u^b, w^b легко вычисляются при помощи (19) и не приведены ввиду громоздкости.

Формально решения (28), (29) справедливы при любых достаточно гладких функциях $\eta^t(x), \eta^b(x), \eta^0(x)$. Однако на практике естественно требовать, чтобы при $|x| \rightarrow \infty$ указанные функции стремились к некоторым константам, т.е. горизонтальные слои $\mathbb{L}^b, \mathbb{L}^t$ являлись плоскими на бесконечности. Это автоматически приведет к стремлению на бесконечности горизонтальных компонент скорости u^b, u^t к некоторым константам, а вертикальных w^b, w^t – к нулю.

Анализ решения. Кинематическое краевое условие (25), соответствующее непроницаемости для жидкости границы $z = \eta^b(x) + z^0(x)$ (т.е. $\mathbf{v} \cdot \mathbf{n} = 0$), не совпадает с обычно используемым условием прилипания ($\mathbf{v} = 0$). Однако граница $z = \eta^b(x) + z^0(x)$, строго говоря, не является твердой – это всего лишь (фиктивная) граница шероховатостей, введенная в рассмотрение с целью ликвидации сингулярностей скорости вблизи границы $z = \eta^b(x)$. Более того, при достаточно малых шероховатостях $z^0(x) \rightarrow +0$ вязкость жидкости $\mu_0(x)$ стремится к нулю (1), и требование прилипания жидкости к границе при фактически исчезающей вязкости ничем не обосновано.

Выполнение условия прилипания влияет на характер стационарного течения. Действительно, пусть выполнено условие прилипания

$$u^b(x, \eta^b + z^0) = \psi_z^b(x, \eta^b + z^0) = 0. \quad (30)$$

В асимптотической модели такое условие эквивалентно отсутствию касательной компоненты скорости. Условие (25) для функции тока ψ^b сохраняется и соответствует непроницаемости границы. Это означает, что функция тока ψ^b может быть получена из соотношения (29) при дополнительном условии (30) и имеет вид

$$\psi^b(x, z) = \frac{z - \eta^b}{\kappa} \ln \frac{z - \eta^b}{z^0} - \frac{z - \eta^b - z^0}{\kappa}.$$

Такое решение существует лишь в случае, когда

$$\begin{aligned}\eta(x) - \eta^b(x) &= h = \text{const}, \\ Q^b &= \text{const}, \quad Q^t = \text{const}, \\ z^0(x) &= \text{const},\end{aligned}\quad (31)$$

где h – постоянная толщина слоя $\mathbb{L}^b$.

Функция тока ψ^t по-прежнему определяется формулой (28), величину Q^t можно задавать произвольной константой, а величина Q^b уже не является произвольной константой и определяется соотношением

$$Q^b = Q_0^b \equiv \frac{1}{\kappa} \left(h \ln \frac{h}{z^0} - (h - z^0) \right). \quad (32)$$

Здесь обозначение Q_0^b введено для удобства.

Соотношение (31) показывает, что для нижнего слоя $\mathbb{L}^b$ в случае выполнения условия прилипания (30) имеет место эффект мгновенной адаптации – профиль границы $z = \eta(x)$ отличается от профиля границы $z = \eta^b(x)$ на постоянную величину. Мгновенная адаптация типична для однослойных моделей, в которых свободная верхняя граница повторяет рельеф дна. Преимуществом двухслойной модели является тот факт, что верхняя свободная граница слоя $\mathbb{L}^t$ может быть произвольной и не обязана повторять рельеф дна, что, на наш взгляд, является более приемлемым. Следует отметить, что и соотношение (32) указывает на недостаток модели с прилипанием – при $z^0(x) \rightarrow +0$ расход $Q^b \rightarrow \infty$, что, конечно же, является следствием возникновения сингулярности для скорости u^b .

В пользу отказа от условия прилипания (30) и сохранения лишь условия непроницаемости границы (25) говорит и тот факт, что все функции $\eta^t(x), \eta^b(x), \eta^0(x)$, определяющие границы, могут быть заданы произвольно. Имеется возможность моделирования любых ситуаций, возникающих на практике. Строго говоря, любые ограничения, в частности (31), следует считать «дефектом» модели.

Обратим также внимание на то, что выбор условия прилипания никак не влияет на величину касательного напряжения $\tau = \kappa^{-1}(\eta^t - \eta^b - z^0)$ (27) на нижней границе $z = \eta^b(x) + z^0(x)$, и отказ от условия прилипания можно трактовать как выполнение на границе условия скольжения Навье – касательная скорость пропорциональна касательному напряжению. В современных работах условие Навье объясняется при помощи введения слоя проскальзывания

[14; 15; 16, с. 37–40], который для рассматриваемой модели соответствует слою с шероховатостью.

Наличие в решении (28), (29) двух независимых констант Q^b , Q^t (и особенно то, что константа Q^b на самом деле в случае прилипания определяется соотношением (32)), конечно, выглядит неестественно. Требуется дополнительное соотношение, позволяющее связать эти константы. Наиболее разумным является выбор совпадения средних горизонтальных скоростей течения жидкости в нижнем и верхнем слоях

$$u_{av}^t(-\infty) = u_{av}^b(-\infty). \quad (33)$$

Здесь u_{av}^t , u_{av}^b – средние скорости, которые определяются соотношениями

$$u_{av}^t(x) = \frac{Q^t}{\eta^t(x) - \eta(x)}, \quad (34)$$

$$u_{av}^b = \frac{Q^b}{\eta(x) - \eta^b(x) - z^0(x)}.$$

Ввиду того, что u_{av}^b , u_{av}^t зависят от x , равенство средних скоростей возможно, лишь когда границы являются плоскими, что и отражено соотношением (33), взамен которого можно использовать условия при $x \rightarrow +\infty$, но естественнее задавать такие условия на входе потока жидкости, т.е. при $x \rightarrow -\infty$.

Обратим внимание на то, что для модели (20)–(26) (т.е. без требования условия прилипания) при достаточно больших величинах полного расхода жидкости $Q = Q^t + Q^b$ возможно возникновение противотока, когда в некоторой части области горизонтальные компоненты скорости $u^b(x, z)$ будут отрицательными [17, с. 11]. В частности, нетрудно получить условие, при выполнении которого горизонтальная скорость на границе $u^b(x, \eta^b(x) + z^0(x))$ будет неотрицательна. Если использовать (33), (34), то

$$Q^b = \frac{\eta_0 - \eta_0^b - z_0^0}{\eta_0^t - \eta_0^b - z_0^0} Q,$$

$$Q^t = \frac{\eta_0^t - \eta_0}{\eta_0^t - \eta_0^b - z_0^0} Q,$$

где η_0^b , η_0 , η_0^t , z_0^0 – значения функций при $x \rightarrow -\infty$.

Неравенство, соответствующее неотрицательности горизонтальной скорости ($u^b(x, \eta^b(x) + z^0(x)) \geq 0$) на нижней границе слоя $\mathbb{L}^b$, выполнено лишь при условии $Q^b \geq Q_0^b$, где Q_0^b определено соотношением (32) при $h = \eta_0 - \eta_0^b$.

Движение примеси в стационарном потоке

Движение примеси в стационарном потоке, задаваемом (28), (29), в области $\mathbb{L}^b \cup \mathbb{L}^t$ описывается уравнениями (5),

$$c_t + uc_x + wc_z + i_z = 0, \quad (35)$$

где поток концентраций (6) и скорости u , w определены с учетом соотношений (1), (14), (16), (18), (19), (28), (29)

$$i = -\frac{\delta\mu_0(x, z)}{\kappa} c_z + s_0 c, \quad (36)$$

$$(u, w) = \begin{cases} (u^t, w^t), & (x, z) \in \mathbb{L}^t, \\ (u^b, w^b), & (x, z) \in \mathbb{L}^b. \end{cases} \quad (37)$$

Систему (35)–(37) следует дополнить краевыми и начальными условиями. На верхней свободной границе слоя $\mathbb{L}^t$ выбираем естественное условие отсутствия потока концентрации

$$i(x, \eta^t) = 0. \quad (38)$$

Такое же условие можно задавать и на нижней границе слоя. Формально при $|x| \rightarrow \infty$ задание каких-либо условий не требуется, однако при численном решении бесконечную область $\mathbb{L}^b \cup \mathbb{L}^t$ приходится заменять ограниченным в горизонтальном направлении конечным фрагментом. В этом случае для левой границы можно выбрать условие, аналогичное (38), для правой – условие полной проницаемости, которое соответствует сохранению концентрации примеси при переносе через границу и имеет вид [18, с. 113, 114]

$$c_t + uc_x + wc_z = 0, \quad x = x_r, \quad (39)$$

где x_r – координата правой границы конечной области.

Более детальная информация о выбранных граничных условиях для примеси приведена ниже при описании результатов вычислений.

Уравнения (35), (36) имеют разрывные коэффициенты. Действительно, на линии $z = \eta(x)$, т.е. границе между слоями, имеются разрывы скоростей u , w и производной вязкости μ_0 по переменной z

$$\delta u(x) = u^t(x, \eta) - u^b(x, \eta) \neq 0, \quad (40)$$

$$\delta w(x) = w^t(x, \eta) - w^b(x, \eta) \neq 0,$$

$$\mu_z^t(x) \neq \mu_z^b(x, \eta).$$

По этой причине для численного решения (35)–(37) удобно применять метод конечных элементов, который использует переход к слабой формулировке задачи, не чувствительной к конечным разрывам коэффициентов.

Обратим внимание на то, что $z = \eta(x)$ является также линией уровня функции тока, на которой нормальная компонента полного потока примеси $\mathbf{I} = \mathbf{v}c + \mathbf{i}$ непрерывна ввиду того, что $\mathbf{v} \cdot \mathbf{n} = 0$ (см. кинематическое условие (23)), а нормальная компонента потока $\mathbf{i} \cdot \mathbf{n}$ по причине непрерывности вязкости $\mu^t(x) = \mu^b(x, \eta)$. Это, в частности, означает, что если вместо объединения областей $\mathbb{L}^b \cup \mathbb{L}^t$ решать задачу для каждой области $\mathbb{L}^b$ и $\mathbb{L}^t$ отдельно, то перенос примеси через границу между областями осуществляется непрерывным образом по нормали к границе, а разрывы горизонтальной скорости на границе будут приводить лишь к искажению профиля концентрации в окрестности границы в горизонтальном направлении.

В отличие от прямых конечно-разностных методов при использовании метода конечных элементов, как правило, трудно добиться численного выполнения закона сохранения (баланса) массы, в первую очередь в связи с трудностями выполнения уравнения неразрывности $\text{div } \mathbf{v} = 0$. Оказалось, что при специальном разбиении конвективного члена в уравнении (35)

$$\mathbf{v} \cdot \nabla c = \frac{1}{2}(\mathbf{v} \cdot \nabla c + \text{div}(\mathbf{v}c)), \quad (41)$$

удается существенно повысить точность решения.

Результаты вычислений

Для численного исследования использован метод конечных элементов и пакет FreeFem++ [18, 19]. Расчеты приведены при значениях параметров, характерных для равнинных рек: ширина реки $W_* = 100$ м; глубина реки $H_* = 10$ м; характерный горизонтальный размер $L_* = 150$ м; ускорение силы тяжести $g_* = 9,81 \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}$; плотность жидкости $\rho_* = 1000 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3}$; плотность частиц примеси $\rho_* = 2650 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3}$; уклон $\alpha = 0,1256 \cdot 10^{-3} \text{ м} \cdot \text{км}^{-1}$; характерный размер частиц примеси $d_* = 5,74 \times 10^{-5} \text{ м}$; характерный размер шероховатости $d_*^e = 0,3 \text{ м}$; объемный расход $Q_*^0 = 680 \text{ м}^3 \cdot \text{с}^{-1}$ (расход при заданной ширине реки $Q_* = \frac{Q_*^0}{W_*} = 6,8 \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-1}$). Кроме этого, задана постоянная Кармана $\kappa = 0,4$ и число Прандтля $\delta^{-1} = 20$. В этом случае динамическая скорость $v_* = 0,11 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$; характерная средняя скорость $U_* = \frac{Q_*}{H_*} = 0,68 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$; обычная кинематическая вязкость жидкости $\mu_* = 10^{-6} \text{ м} \cdot \text{с}^{-2}$; характерное время $T_* = 1350 \text{ с}$. Тогда безразмерные расход жидкости Q , скорость седиментации s_0 , шероховатость $z^0(x)$ и параметр ε будут

$$Q = 6,125607624, \quad s_0 = -0,4, \quad (42)$$

$$z^0(x) = 0,015, \quad \varepsilon = 0,067.$$

Форму слоев жидкости определяем соотношениями:

$$\begin{aligned} \eta^t &= \eta_0^t - a_1 \text{th}(\beta_1(x - x_1)), \\ \eta &= \eta_0 + a_2(x - x_2)e^{-\beta_2(x-x_2)^2}, \\ \eta^b &= \eta_0^b + a_3(x - x_3)e^{-\beta_3(x-x_3)^2}. \end{aligned} \quad (43)$$

Здесь функция $\eta^b(x)$ задает рельеф дна в форме «яма-горб» с размером a_3 , $\eta^t(x)$ определяет форму свободной поверхности с перепадом высот a_1 , $\eta(x)$ – форму границы между слоями; параметры a_k, β_k, x_k задают амплитуды, сдвиги и сглаживания; $\eta_0^b, \eta_0, \eta_0^t$ определяют расположения границ слоев при $x \rightarrow -\infty$ (значения параметров даны на рис. 1).

Обратим внимание на то, что для приведенных результатов расчетов величина η_0 , задающая положение границы между слоями и профили границ

(42), соответствует случаю, когда $u^b(x, \eta^b(x) + z^0(x)) = 0$ при $|x| \rightarrow \infty$. Иными словами, всюду, где границы слоев плоские, на нижней границе области выполнено условие прилипания, которое нарушается лишь вблизи отклонения формы границ от плоской.

Величины расходов жидкости в слоях Q^b, Q^t при выбранных параметрах, указанных на рис. 1, $Q^b = 2,612$, $Q^t = 3,514$.

На рис. 1 показаны также линии уровня нескольких функций тока ($\psi^t(x, \eta^t) = Q^b + Q^t$, $\psi^t(x, \eta) = Q^b$, $\psi^b(x, \eta) = Q^b$, $\psi^b(x, \eta^b) = 0$), очевидно, совпадающие с границами слоев $z = \eta^t(x)$, $z = \eta(x)$, $z = \eta^b(x)$. Стрелки на рис. 1 соответствуют скоростям ($u, w + s_0$), с которыми двигались бы частицы примеси при отсутствии диффузии. Ввиду разрывов скоростей течения ($\delta u \neq 0$, $\delta w \neq 0$) частицы в разных слоях в окрестности границы имеют разные скорости движения (двойные стрелки на линии $\psi(x, \eta(x)) = Q^b$). Это позволяет понять механизм седиментации примеси в окрестности границы между слоями. Двигаясь в верхнем слое $\mathbb{L}^t$ по линии тока $\psi^t(x, \eta(x)) = Q^b$, частицы примеси смещаются за счет скорости седиментации и диффузии на линию тока $\psi^t(x, \eta(x)) = Q^b$, продолжая движение в нижнем слое $\mathbb{L}^t$.

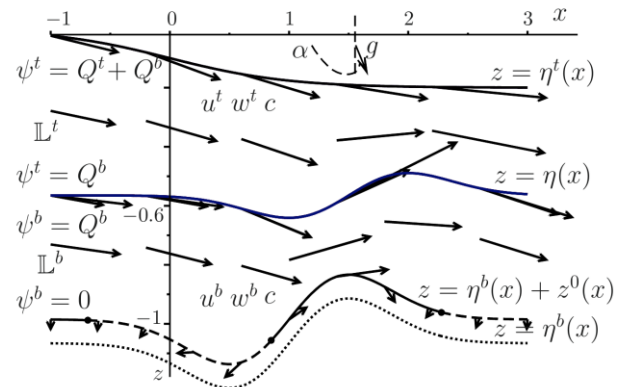


Рис. 1. Расположение слоев и функции тока $\psi^b(x, z)$, $\psi^t(x, z)$. Функции η^b, η, η^t заданы соотношениями (43); $\eta_0^t = -0,1$; $a_1 = 0,1$; $x_1 = 0$; $\beta_1 = 1$, $\eta_0 = -0,565$; $a_2 = 0,25$; $x_2 = 1,5$; $\beta_2 = 2$; $\eta_0^b = -1$; $a_3 = 0,5$; $x_3 = 1$; $\beta_3 = 2$ / Fig. 1. Layers location and stream functions $\psi^b(x, z)$, $\psi^t(x, z)$. Functions η^b, η, η^t are given by relations (43); $\eta_0^t = -0,1$; $a_1 = 0,1$; $x_1 = 0$; $\beta_1 = 1$; $\eta_0 = -0,565$; $a_2 = 0,25$; $x_2 = 1,5$; $\beta_2 = 2$; $\eta_0^b = -1$; $a_3 = 0,5$; $x_3 = 1$; $\beta_3 = 2$

Пунктир на $z = \eta^b(x) + z^0(x)$ указывает области, для которых в окрестности линии горизонтальные скорости отрицательны ($u^b < 0$). В таких областях либо возникает противоток жидкости [17,

с. 11], либо, как в данном конкретном случае, происходит образование придонных вихрей, которые показаны на рис. 2.

Для расчета структуры вихрей и границ областей, в которых они расположены, использовались уравнения

$$\frac{dx}{dt} = u^b(x, z), \quad \frac{dz}{dt} = w^b(x, z)$$

с очевидными начальными условиями. Границы и центр вихрей определялись из условий $u^b(x, z) = 0$, $w^b(x, z) = 0$.

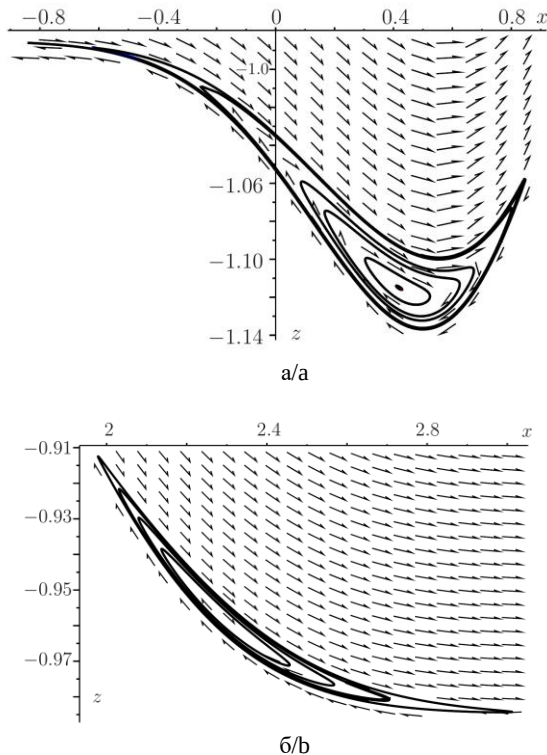


Рис. 2. Придонный вихрь: а – левая граница $x = -0,693$; $z = -0,985$; правая граница $x = 0,854$; $z = -1,055$; центр вихря $x = 0,419$; $z = -1,115$; б – левая граница $x = 1,963$; $z = -0,910$; правая граница $x = 63,109$; $z = -0,985$; центр вихря $x = 2,277$; $z = -0,956$ / Fig. 2. Near-bottom vortex: a - the left boundary is $x = -0.693$; $z = -0.985$; the right boundary $x = 0.854$; $z = -1.055$; the center of the vortex is $x = 0.419$; $z = -1.115$; b - the left boundary is $x = 1.963$; $z = -0.910$; the right boundary $x = 63.109$; $z = -0.985$; the center of the vortex is $x = 2.277$; $z = -0.956$

Зависимости горизонтальной u и вертикальной w скоростей от координаты x на линиях тока, соответствующих показанным на рис. 1, а также средние скорости u_{av}^t , u_{av}^b и величины разрывов скоростей δu , δw на линии функции тока $\psi(x, \eta(x)) = Q^b$ приведены на рис. 3.

При численной реализации метода конечных элементов области бесконечные в горизонтальном

направлении, конечно же, приходится заменять конечными, например при помощи вертикальных границ, имитирующих условие $|x| \rightarrow \infty$. Для приведенных результатов расчета выбиралась область $-1 \leq x \leq 3$. На левой границе области $x = -1$ задавалось условие $c = 0$, на правой – $x = 3$. На нижней границе выбирались условия полной проницаемости границ, аналогичные (39), верхней – условие непроницаемости (38).

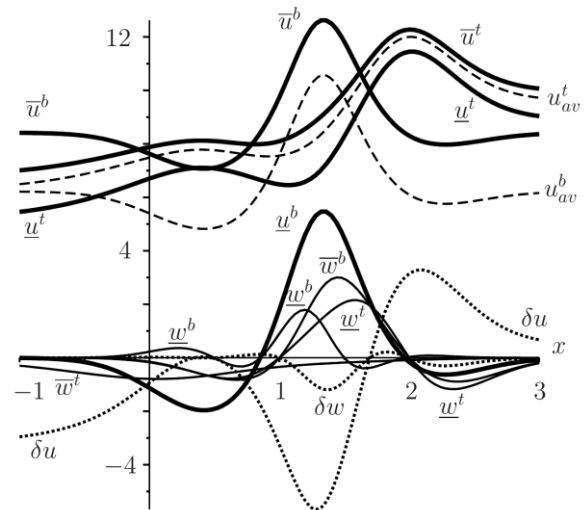


Рис. 3. Горизонтальные $\bar{u}^t$ и вертикальные $\bar{w}^t$ скорости на линиях функции тока $\psi^t(x, \eta^t) = Q^b + Q^t$ и $\psi^t(x, \eta) = Q^b$; горизонтальные $\bar{u}^b$ и вертикальные $\bar{w}^b$ скорости на линиях функции тока $\psi^b(x, \eta) = Q^b$ и $\psi^t(x, \eta^b + z^0) = 0$; средние скорости u_{av}^t , u_{av}^b ; величины разрывов скоростей δu , δw (40) на линии функции тока $\psi(x, \eta(x)) = Q^b$ / Fig. 3. The horizontal $\bar{u}^t$ and vertical $\bar{w}^t$ velocities on the isolines of the stream function $\psi^t(x, \eta^t) = Q^b + Q^t$ and $\psi^t(x, \eta) = Q^b$, horizontal $\bar{u}^b$ and vertical $\bar{w}^b$ velocities on the isolines of the stream function $\psi^b(x, \eta) = Q^b$ and $\psi^t(x, \eta^b + z^0) = 0$, average velocity u_{av}^t , u_{av}^b , the magnitude of the velocities discontinuities δu , δw (see (40)) on the isoline of the stream function $\psi(x, \eta(x)) = Q^b$

Начальное распределение концентрации примеси задавалось в виде пятна, почти полностью локализованного в верхнем слое

$$c|_{t=0} = e^{-\beta_0(x-x_0)^2}, \quad z \geq \eta_0 - \gamma, \quad (44)$$

$$c|_{t=0} = 0, \quad z \leq \eta_0 - \gamma,$$

где $\gamma > 0$, x_0 – параметры, характеризующие проникновение примеси в нижний слой, расположение примеси; β_0 – параметр сглаживания.

Результаты расчетов положения пятна в различные моменты времени приведены на рис. 4. Для вычислений использовалась триангуляция области, состоящая из 2200 примерно одинаковых треугольников, что соответствует в рассматриваемой области характерному размеру треугольника $\Delta h \approx 0,04$.

Шаг по времени $\Delta t = 0,001$ выбирался в соответствии с критерием КФЛ (число Куранта $C = (\max(|u|, |w + s_0|)\Delta t)/\Delta h \approx 0,3$).

Использование метода конечных элементов с учетом аппроксимации (41) позволяет проводить вычисления с высокой точностью. В частности, закон сохранения массы выполняется с точностью до 1 % не только для указанного начального распределения примеси (44), но и практически для любых достаточно гладких распределений.

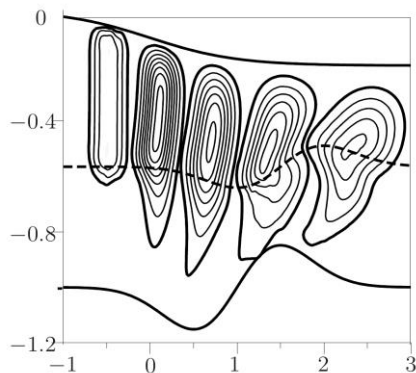


Рис. 4. Распределение концентрации в различные моменты времени: $t = 5 \Delta t$; $t = 85 \Delta t$; $t = 165 \Delta t$; $t = 255 \Delta t$; $t = 350 \Delta t \approx 472,5$ s; $\beta_0 = 50$; $x_0 = -0,5$; $\gamma = 0,01$.

Внешние границы пятен соответствуют концентрации $c = 0,1$ / Fig. 4. The concentration distribution at different time: $t = 5 \Delta t$; $t = 85 \Delta t$; $t = 165 \Delta t$; $t = 255 \Delta t$; $t = 350 \Delta t \approx 472,5$ s; $\beta_0 = 50$; $x_0 = -0,5$; $\gamma = 0,01$. The spots outer boundary corresponds to the concentration $c = 0.1$

Заключение

Предложенная модель позволяет достаточно эффективно исследовать поведение пятен примеси в русловых потоках. Может показаться, что модель просто описывает движение слоев жидкости со свободными границами (22), (23), (25). В действительности, помимо того, что движение жидкости в поле тяжести осуществляется за счет уклона потока, выбор вязкости в виде (1), приводящей к сингулярности скорости при $z = \eta^b(x)$, и использование шероховатости $z^0(x)$ позволяют считать границу $z = \eta^b(x) + z^0(x)$ твердой, на которой задается проскальзывание. Во всяком случае, $z = \eta^b(x) + z^0(x)$ не является обычной свободной границей жидкости. Наличие явных формул (28), (29) для определения профилей скорости течения и отсутствие ограничений на форму границ слоев дают возможность моделировать практически любую ситуацию. Более того, изучение лишь стационарного течения реально не является препятствием для использования результатов при рассмотрении квазистационарных процессов. Дело в том, что характерные скорости течения

и непосредственно седиментации примеси в поле тяжести, как правило, сильно различаются, и стационарный профиль течения можно с некоторым приближением считать квазистационарным. Следует сказать, что в реальных процессах получить достаточно достоверную информацию, например, на основе измерений можно лишь о рельефе дна водоема ($z = \eta^b(x)$) и форме свободной поверхности ($z = \eta^t(x)$). Положение границы раздела между слоями ($z = \eta(x)$) вряд ли поддается достоверным измерениям. В некотором смысле это даже преимущество модели, так как анализ задачи показал, что выбор положения границы $z = \eta(x)$ влияет на наличие либо противотока жидкости, либо придонных вихрей, что, конечно же, уже поддается измерениям или по крайней мере идентификации.

Оправданным является и исследование именно турбулентного течения. Дело в том, что число Рейнольдса, вычисленное по реальной (не турбулентной) вязкости жидкости, достаточно велико. В приведенных результатах расчетов, если ориентироваться на характерные значения средней скорости течения $0,68 \text{ мс}^{-1}$, глубины 10 м и вязкости $10^{-6} \text{ м}^2 \text{с}$, число Рейнольдса $Re = 6,8 \cdot 10^8$ соответствует развитому турбулентному режиму.

Литература

1. Rijn, Leo C. van. Mathematical modeling of morphological processes in the case of suspended sediment transport // Delft Hydra. Commun. 1987. № 382. 260 p.
2. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974.
3. Жуков М.Ю., Ширяева Е.В. Математическое моделирование процесса седиментации примеси в потоке жидкости. Ростов н/Д.: Изд-во ЮФУ, 2016. 208 с.
4. Shiryayeva E.V., Zhukov M.Yu. On the Tangential Stresses at the Boundary Between the Layers for Two-layer Sedimentation Models // Polarforschung. Jahrgang. 2017 (erschienen 2018). Vol. 87, № 2. P. 211–214.
5. Zhukov M.Yu., Shiryayeva E.V. On the completeness problem of the equations for two-layer sedimentation models // Polarforschung. Jahrgang. 2017 (erschienen 2018). Vol. 87, № 2. P. 215–221.
6. Жуков М.Ю., Ширяева Е.В. Влияние седиментации примеси на рельеф дна водоема // Современные проблемы механики сплошной среды: тр. XIX Междунар. конф. 15.10–18.10.2018. Ростов н/Д.; Таганрог: Изд-во ЮФУ, 2018. Т. 2. С. 103–107.
7. Жуков М.Ю., Ширяева Е.В. О касательных напряжениях на границе между слоями для двухслойной модели седиментации примеси в потоке жидкости // Современные проблемы механики сплошной среды: тр. XIX Междунар. конф. 15.10–18.10.2018. Ростов н/Д., Таганрог: Изд-во ЮФУ, 2018. Т. 1. С. 104–108.

8. Бочев М.А., Надолин К.А., Николаев И.А. Моделирование распространения вещества в двумерном стационарном открытом русловом потоке // Мат. моделирование. 1996. Т. 8, № 1. С. 11–24.

9. Монин А.С., Яглом А.М. Статистическая гидромеханика. Механика турбулентности. Ч. I. М.: Наука, 1965. 740 с.

10. Никурадзе И. Закономерности турбулентного движения в гладких трубах // Проблемы турбулентности. М.; Л.: Изд-во ОНТИ НКТП, 1936. С. 75–150.

11. Гришанин К.В. Динамика русловых потоков. Л.: Гидрометеиздат, 1979. 312 с.

12. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. Теоретическая физика. Т. VI. М.: Наука, 1986. 736 с.

13. Camenen B., Larson M., Bayram A. Equivalent roughness height for plane bed under oscillatory flow // Estuarine, Coastal and Shelf Science. Elsevier, 2009. Vol. 81 (3). 14 p.

14. Belyaev A.V., Vinogradova O.I. Wetting, roughness and flow boundary conditions // J. Phys.: Condens. Matter. 2011. Vol. 23. P. 184104 (15 p.).

15. Lauga E., Brenner M.P., Stone H.A. Microfluidics: The No-Slip Boundary Condition. Chapter 19 // Handbook of Experimental Fluid Dynamics / C. Tropea, A. Yarin, J.F. Foss (Eds.). Springer, 2007. P. 1219–1240.

16. Жуков М.Ю., Ширяева Е.В. Микрогидродинамика, жидкие плёнки и электрофорез. Ростов н/Д.: Изд-во ЮФУ, 2015. 240 с.

17. Степанянц Ю.А., Фабрикант А.Л. Распространение волн в сдвиговых потоках. М.: Наука, 1996. 240 с.

18. Жуков М.Ю., Ширяева Е.В. Решение задач математической физики при помощи пакета конечных элементов FreeFem++. Ростов н/Д.: Изд-во ЮФУ, 2008. 256 с.

19. Hecht F. New development in FreeFem++ // J. Numer. Math. 2012. Vol. 20, № 3, 4. P. 251–265.

References

1. Rijn, Leo C. van. Mathematical modeling of morphological processes in the case of suspended sediment transport. *Delft Hydra. Commun.* 1987, No. 382.

2. Shlikhting G. *Teoriya pogranichnogo sloya* [The theory of the boundary layer]. Moscow: Nauka, 1974.

3. Zhukov M.Yu., Shiryayeva E.V. *Matematicheskoe modelirovanie protsessa sedimentatsii primesi v potoke zhidkosti* [Mathematical modelling of process of sedimentation of impurities in the fluid stream]. Rostov-on-Don: Izd-vo YuFU, 2016, 208 p.

4. Shiryayeva E.V., Zhukov M.Yu. On the Tangential Stresses at the Boundary Between the Layers for Two-layer Sedimentation Models. *Polarforschung. Jahrgang.* 2017 (erschienen 2018), vol. 87, No. 2, pp. 211–214.

5. Zhukov M.Yu., Shiryayeva E.V. On the completeness problem of the equations for two-layer sedimentation models. *Polarforschung. Jahrgang.* 2017 (erschienen 2018), vol. 87, No. 2, pp. 215–221.

6. Zhukov M.Yu., Shiryayeva E.V. [The effect of sedimentation of impurities on the bottom relief of the reservoir]. *Sovremennye problemy mekhaniki sploshnoi sredy* [Modern problems of continuum mechanics]. Proceedings of the 19th International Conference 15.10–18.10.2018. Rostov-on-Don; Taganrog: Izd-vo YuFU, 2018, vol. 2, pp. 103–107.

7. Zhukov M.Yu., Shiryayeva E.V. [On shear stresses at the interface between layers for a two-layer model of impurity sedimentation in a fluid flow]. *Sovremennye problemy mekhaniki sploshnoi sredy* [Modern problems of continuum mechanics]. Proceedings of the 19th International Conference 15.10–18.10.2018. Rostov-on-Don; Taganrog: Izd-vo YuFU, 2018, vol. 1, pp. 104–108.

8. Bochev M.A., Nadolin K.A., Nikolaev I.A. Modelirovanie rasprostraneniya veshchestva v dvumernom statsionarnom otkrytom ruslovom potoke [Modeling of substance propagation in a two-dimensional stationary open channel flow]. *Mat. modelirovanie.* 1996, vol. 8, No. 1, pp. 11–24.

9. Monin A.S., Yaglom A.M. *Statisticheskaya gidromekhanika. Mekhanika turbulentnosti* [Statistical hydromechanics. Mechanics of turbulence]. Ch. I. Moscow: Nauka, 1965.

10. Nikuradze I. [Regularities of turbulent motion in smooth pipes]. *Problemy turbulentnosti* [Turbulence problems]. Moscow; Leningrad: Izd-vo ONTI NKTP, 1936, pp. 75–150.

11. Grishanin K.V. *Dinamika ruslovykh potokov* [Dynamics of channel flows]. Leningrad: Gidrometeoizdat, 1979.

12. Landau L.D., Lifshits E.M. *Gidrodinamika. Teoreticheskaya fizika* [Hydrodynamics. Theoretical physics]. Vol. VI. Moscow: Nauka, 1986.

13. Camenen B., Larson M., Bayram A. Equivalent roughness height for plane bed under oscillatory flow. *Estuarine, Coastal and Shelf Science.* Elsevier, 2009, vol. 81 (3), 14 p.

14. Belyaev A.V., Vinogradova O.I. Wetting, roughness and flow boundary conditions. *J. Phys.: Condens. Matter.* 2011, vol. 23, p. 184104 (15 p.).

15. Lauga E., Brenner M.P., Stone H.A. Microfluidics: The No-Slip Boundary Condition. Chapter 19. *Handbook of Experimental Fluid Dynamics.* C. Tropea, A. Yarin, J. F. Foss (Eds.). Springer, 2007.

16. Zhukov M.Yu., Shiryayeva E.V. *Mikrogidrodinamika, zhidkie plenki i elektroforez* [Microhydrodynamics, liquid films and electrophoresis]. Rostov-on-Don: Izd-vo YuFU, 2015, 240 p.

17. Stepanyants Yu.A., Fabrikant A.L. *Rasprostranenie voln v sdvigovykh potokakh* [Wave propagation in shear flows]. Moscow: Nauka, 1996, 240 p.

18. Zhukov M.Yu., Shiryayeva E.V. *Reshenie zadach matematicheskoi fiziki pri pomoshchi paketa konechnykh elementov FreeFem++* [Solving problems of mathematical physics using the finite element package FreeFem++]. Rostov-on-Don: Izd-vo YuFU, 2008, 256 p.

19. Hecht F. New development in FreeFem++. *J. Numer. Math.* 2012, vol. 20, No. 3, 4, pp. 251–265.

УДК 517.9

DOI 10.23683/0321-3005-2019-3-15-19

ОГРАНИЧЕННОСТЬ ГАРМОНИЧЕСКОГО ПРОЕКТОРА БЕРГМАНА В НЕКОТОРЫХ БАНАХОВЫХ ПРОСТРАНСТВАХ ФУНКЦИЙ НЕСТАНДАРТНОГО РОСТА

© 2019 г. Ольга Лусиа Паес Белтран¹

¹Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия

BOUNDEDNESS OF THE HARMONIC BERGMAN PROJECTION IN VARIOUS BANACH SPACES WITH NON-STANDARD FUNCTION SPACES

Olga Lucia Paez Beltran¹

¹Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russia

Паес Белтран Ольга Лусиа – студентка, Институт математики, механики и компьютерных наук имени И.И. Воровича, Южный федеральный университет, ул. Мильчакова, 8а, г. Ростов н/Д, 344090, Россия, e-mail: paes@sfedu.ru

Olga Lucia Paez Beltran - Student, Vorovich Institute of Mathematics, Mechanics and Computer Science, Southern Federal University, Milchakova, 8a, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: paes@sfedu.ru

Даются определения и обозначения пространств Лебега с переменным показателем, Орлича, гранд- и малого пространств Лебега, пространства гармонических функций. Приводятся некоторые их известные свойства в виде предположений, утверждений, лемм и теорем, взятых из опубликованных материалов разных авторов. Вводятся оператор Кальдерона – Зигмунда, проектор Бергмана, его представление в терминах сингулярного оператора Кальдерона – Зигмунда. Доказана ограниченность проектора Бергмана в пространстве Лебега с переменным показателем, в пространстве Орлича, а также в обобщенном гранд-пространстве Лебега. Исследовано поведение гармонических функций вблизи границы из упомянутых пространств.

Ключевые слова: гармонические функции, пространство Бергмана, гармонический проектор Бергмана, пространство Лебега с переменным показателем, пространство Орлича, оператор Кальдерона – Зигмунда, обобщенное гранд-пространство Лебега.

We introduce and give the definitions and notation of variable exponent Lebesgue space, Orlicz space, grand and small Lebesgue space of harmonic functions. Citing some of their known properties in the form of sentences, statements, lemmas and theorems, taken from published materials of different authors. The Calderon-Zygmund operator, the Bergman project, his representation in terms of the singular Calderon-Zygmund operator. We give the proof of the boundedness of Bergman projection in various Banach spaces of functions on the unit disc in the complex plain, in the case of variable exponent Lebesgue space, Orlicz space, and generalized grand spaces is proved. The behavior studies near the boundary of harmonic functions of variable exponent spaces of summability, Orlicz space, generalized grand and small Lebesgue spaces.

Keywords: harmonic functions, Bergman space, harmonic Bergman projection, Lebesgue variable exponent space, Orlicz space, Calderon-Zygmund operator, generalized grand Lebesgue space.

Предварительные сведения [1]

Пусть $dA(z)$ – мера на $\mathbb{D}$, нормированная так, что площадь $\mathbb{D}$ равна 1; $h^p(\mathbb{D})$ – пространство гармонических функций в $\mathbb{D}$, принадлежащих $L^p(\mathbb{D}) = L^p(\mathbb{D}; dA(z))$. Гармонический проектор Бергмана

$$H_{\mathbb{D}}f(z) = \int_{\mathbb{D}} h(z, w)f(w)dA(w) = \int_{\mathbb{D}} \left(2\operatorname{Re}\left\{\frac{1}{(1-z\bar{w})^2}\right\} - 1\right)f(w)dA(w), \quad z \in \mathbb{D},$$

определен на $L^1(\mathbb{D})$ и ограничен как оператор из $L^p(\mathbb{D})$ в $h^p(\mathbb{D})$ при $1 < p < \infty$.

Определения пространств [1]. Пусть D – открытое множество в $\mathbb{R}^2$. Отождествляем $\mathbb{R}^2 = \mathbb{C}$

так, что $(x, y) = z = x + iy$; χ_D – характеристическая функция множества D ; $|D|$ представляет собой меру Лебега D ; $L^{p(\cdot)}(D)$ – пространство Лебега с переменным показателем; $L^{\Phi}(D)$ – пространство Орлича; $L^{p(\cdot), \theta}(D)$, $L^{(p, \theta)}(D)$ – гранд- и малое пространства Лебега. Соответствующие пространства гармонических функций будем обозначать $h^{p(\cdot)}(D)$, $h^{\Phi}(D)$, $h^{p(\cdot), \theta}(D)$, $h^{(p, \theta)}(D)$.

Пространство Лебега с переменным показателем [1]. Пусть $p = p(z)$ – измеримая функция на D со значениями в $[1, \infty)$. Предположим, что $1 \leq p^- \leq p(z) \leq p^+ < \infty$. Здесь мы используем стандартные обозначения: $p^+ = \operatorname{ess\,sup}_{z \in D} p(z)$; $p^- = \operatorname{ess\,inf}_{z \in D} p(z)$. Предполагается, что показатель p удовлетворяет log-условию [1]:

$$|p(z) - p(w)| \leq \frac{C}{-\ln|z-w|}, |z-w| \leq \frac{1}{2}, z, w \in D. \quad (1)$$

Последнее условие является стандартным в теории пространств с переменным показателем. Здесь $C > 0$ зависит от p , но не зависит от z, w . Всюду в дальнейшем предполагается, что $p^+ < \infty$. Определим множество переменных показателей с $p^+ < \infty$ как $\mathcal{P}(D)$. Для таких p пространство Лебега $L^{p(\cdot)}(D)$ переменного порядка определяется как множество всех измеримых функций f на D таких, что

$$\mathfrak{M}_{p(\cdot)}\left(\frac{f}{\lambda}\right) < \infty \text{ для некоторого } \lambda > 0,$$

где

$$\mathfrak{M}_{p(\cdot)}(f) = \int_D |f(z)|^{p(z)} dA(z).$$

Норма Колмогорова – Минковского в $L^{p(\cdot)}(D)$ определяется формулой

$$\|f\|_{L^{p(\cdot)}(D)} = \inf \left\{ \lambda > 0: \mathfrak{M}_{p(\cdot)}\left(\frac{f}{\lambda}\right) \leq 1 \right\}.$$

Лемма 1 [2]. Пусть $D = \mathbb{R}^n$, $1 \leq p^- - \leq p(x) \leq p^+ \leq \infty$, p удовлетворяет log-условию (1) и условию затухания на бесконечности

$$|p(x) - p(y)| \leq \frac{C}{\ln(e+|x|)}, \quad |y| \geq |x|.$$

Тогда

$$\|\chi_{B(x,r)}\|_{L^{p(\cdot)}(D)} \leq Cr^{\frac{n}{p(x,r)}},$$

где

$$p(x, r) := \begin{cases} p(x), & \text{если } 0 < r \leq 1, \\ p(\infty), & \text{если } r > 1. \end{cases}$$

Предложение 1 [2]. Пусть $p \in \mathcal{P}(D)$, $f \in L^{p(\cdot)}(D)$, $g \in L^{p'(\cdot)}(D)$, где $\frac{1}{p'(x)} + \frac{1}{p(x)} = 1$.

Тогда $fg \in L^1(D)$ и

$$\int_D |f(x)g(x)| dx \leq 2 \|f\|_{L^{p(\cdot)}(D)} \|g\|_{L^{p'(\cdot)}(D)}.$$

Пространство Орлича. Напомним определение пространства Орлича [3, 4] $L^{\Phi}(D)$ и некоторые свойства функций Юнга [3]. Пусть $\Phi: [0, \infty) \rightarrow [0, \infty]$ – функция Юнга, т.е. выпуклая функция, $\Phi(0) = 0$, $\lim_{x \rightarrow \infty} \Phi(x) = \Phi(\infty) = \infty$. Из свойства выпуклости и

условия $\Phi(0) = 0$ следует, что функция Юнга возрастает. Для каждой функции Юнга Φ существует дополнительная функция Ψ , $\Psi(y) = \sup_{x \geq 0} \{xy - \Phi(x)\}$, которая обладает теми же свойствами, что и функция Φ . Заметим, что

$$t \leq \Phi^{-1}(t)\Psi^{-1}(t) \leq 2t, \quad t \geq 0. \quad (2)$$

Пусть $L^{\Phi}(D)$ – пространство Орлича функций f , измеримых на D , таких, что $\int_D \Phi(k|f(z)|) dA(z) < \infty$ для некоторого $k > 0$.

Следующий функционал определяет норму на $L^{\Phi}(D)$:

$$\|f\|_{L^{\Phi}(D)} = \sup_g \int_D |f(z)g(z)| dA(z).$$

Будем говорить, что функция $\varphi: [0, \infty) \rightarrow (0, \infty]$ удовлетворяет условию удвоения Δ_2 и писать $\varphi \in \Delta_2$, если существует $C_{(2)} > 0$ такое, что $\varphi(2t) \geq C_{(2)}\varphi(t)$, $t > 0$. Функция $\varphi: (0, \infty) \rightarrow [0, \infty]$ называется квазивыпуклой, если существуют выпуклая функция ω и константа $C_0 > 0$ такая, что $\omega(t) \leq \varphi(t) \leq \omega(C_0 t)$, $t > 0$. Функция φ , определенная на интервале $(0, 1)$, удовлетворяет условию удвоения на $(0, 1)$, если, будучи продолженной, как $\varphi(1)$ при $t \geq 1$, она удовлетворяет условию удвоения Δ_2 при $t > 0$.

Предложение 2 [3]. Если $f \in L^{\Phi}(D)$ и $g \in L^{\Psi}(D)$, ϕ, ψ – нормализованная дополнительная пара Юнга, то справедливо неравенство

$$\int_D |fg| dA(z) \leq N_{\phi}(f)N_{\psi}(g),$$

$$N_{\phi}(f) = \inf \left\{ \lambda > 0: \int_D \left(\frac{|f(z)|}{\lambda} \right) dA(z) \leq 1 \right\}.$$

Теорема 1 [3]. Пусть Φ – функция Юнга. Если f и $g \in L^{\Phi}(D)$, где (Φ, D) – некоторое измеримое пространство, тогда $fg \in L^{\Phi}(D)$ и справедливо неравенство

$$N_{\Phi}(fg) \leq 2N_{\Phi}(f)N_{\Phi}(g).$$

Обобщенные гранд- и малое пространства Лебега [5]. Пусть $L^{p(\cdot), \theta}(D)$, $1 < p < \infty$, $\theta > 0$ – множество всех измеримых функций f на D , для которых следующая норма конечна:

$$\|f\|_{L^{p(\cdot), \theta}(D)} = \sup_{0 < \varepsilon < p-1} \left\{ \left(\varepsilon^{\theta} \int_D |f(w)|^{p-\varepsilon} dA(w) \right)^{\frac{1}{p-\varepsilon}} \right\} < +\infty.$$

Малое пространство Лебега $L^{(p, \theta)}(D)$, ассоциированное с гранд-пространством $L^{p(\cdot), \theta}(D)$, определяется как множество всех измеримых функций f на D , для которых

$$\|f\|_{L^{(p, \theta)}(D)} = \sup_{0 < \varepsilon < p-1} \left\{ \int_D f(w)g(w) dA(w): \|g\|_{L^{p(\cdot), \theta}(D)} \leq 1 \right\}.$$

Предложение 3 [6]. Пусть $f \in L^{p,\theta}(D)$, $g \in L^{p',\theta}(D)$ и $1 < p < +\infty$. Тогда справедливо неравенство

$$\int_D f g d(x) \leq \|f\|_{L^{p,\theta}(D)} \|g\|_{L^{p',\theta}(D)}.$$

Лемма 2 [5]. Пусть $1 < p < \infty$, $\theta > 0$, Ω – открытое множество на $\mathbb{R}^n$, $|\Omega| = 1$; E – открытое множество на Ω , $|E| = \eta$. Тогда

$$\| \chi_E \|_{L^{p,\theta}(D)} = \begin{cases} e^{\frac{\theta}{p} W_- \left(-\frac{1}{e} \right)}, & \text{если } 0 < \eta^{\frac{1}{\theta}} < \frac{1}{p-1} e^{-\frac{1}{p-1}}, \\ (p-1)^{\theta} \eta, & \text{если } \frac{1}{p-1} e^{-\frac{1}{p-1}} \leq \eta^{\frac{1}{\theta}} < 1, \end{cases}$$

где W_- – обратная функция Даламбера,

$$\| \chi_E \|_{L^{p,\theta}(D)} \cong \eta^{\frac{1}{p}} \ln \frac{e}{\eta},$$

$$\| \chi_E \|_{L^{p,\theta}(D)} \cong \eta^{\frac{1}{p}} \ln \frac{e}{\eta}.$$

Сингулярный оператор Кальдерона – Зигмунда [4, 7]. Отметим частный случай сингулярного оператора Кальдерона – Зигмунда

$$Tf(z) = \int_{\mathbb{C}} \frac{\Omega\left(\frac{z-w}{|z-w|^2}\right)}{|z-w|^2} f(w) dA(w), \quad \Omega(z) = \bar{z}^2.$$

Заметим, что T можно представить как комбинацию преобразований Рисса:

$$T = \gamma(R_1^2 - R_2^2 - 2iR_1R_2),$$

R_1 и R_2 – преобразования Рисса по переменным x и y соответственно. Ограниченность сингулярных операторов некоторого общего класса в пространствах типа $L^{p(\cdot)}(D)$, $L^{\Phi}(\mathbb{R}^n)$, $L^{p,\theta}(D)$, $D \subset \mathbb{R}^n$ известна. Ниже сформулированы результаты для частного случая оператора T .

Предложение 4 [8]. Имеют место следующие утверждения:

1. Пусть D ограничено, а p удовлетворяет лог-условию (1), $p^- > 1$, $p^+ < \infty$. Тогда оператор T ограничен в $L^{p(\cdot)}(D)$.

2. Пусть $D = \mathbb{R}^2 (= \mathbb{C})$, а функция Юнга Φ удовлетворяет условиям

$$\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\Phi(t)}{t} = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{t}{\Phi(t)} = 0, \quad (3)$$

$\Phi \in \Delta_2$ и существует $\alpha \in (0,1)$ такое, что Φ^α квивыпукла. Тогда оператор T ограничен в $L^{\Phi}(D)$.

3. Пусть D ограничено и $1 < p < +\infty$. Тогда T ограничен в $L^{p,\theta}(D)$.

О поточечном представлении гармонического проектора Бергмана [1]. Положим $D_0 = \{z \in \mathbb{C} : |z| < \frac{1}{2}\}$, $D_1 = \{z \in \mathbb{C} : \frac{1}{2} < |z| < 1\}$, $D_2 = \{z \in \mathbb{C} : 1 < |z| < 2\}$.

Пусть Q обозначает оператор инверсии в отношении единичного круга, т.е.

$$Qf(z) = f\left(\frac{1}{\bar{z}}\right).$$

Проектор Бергмана $B_{\mathbb{D}}$,

$$B_{\mathbb{D}}f(z) = \int_{\mathbb{D}} K(z, w) f(w) dA(w) = \int_{\mathbb{D}} \frac{f(w)}{(1 - z\bar{w})^2} dA(w),$$

$z \in \mathbb{D}$, определен на $L^1(\mathbb{D})$ и ограничен как оператор из $L^p(\mathbb{D})$ в $\mathcal{A}^p(\mathbb{D})$ при $1 < p < \infty$.

Теорема 2 [9]. Проектор Бергмана $B_{\mathbb{D}}$ имеет следующее представление в терминах сингулярного оператора Кальдерона – Зигмунда T :

$$B_{\mathbb{D}}f(z) = K_1f(z) + K_2f(z), \quad (4)$$

где K_1 – интегральный оператор с ограниченным ядром,

$$K_1(z, w) = (\chi_{D_0}(z) + \chi_{D_1}(z)\chi_{D_0}(w))K(z, w),$$

$$K_2f(z) = \chi_{D_1}(z) \int_{D_2} \frac{\Omega\left(\frac{z-\zeta}{|z-\zeta|^2}\right)}{|z-\zeta|^2} g(\zeta) dA(\zeta),$$

$$g(\zeta) = Qf(\zeta) \frac{\zeta^2}{|\zeta|^4}, \quad \zeta \in D_2.$$

Заметим, что $h(z, w) = K(z, w) + \overline{K(z, w)} - 1$. Поэтому из представлений (1) и (4) следует

$$H_Df(z) = H_1f(z) + H_2f(z) - \int_D f(\zeta) dA(\zeta),$$

где H_1 – интегральный оператор с ограниченным ядром,

$$H_1(z, w) = (\chi_{D_0}(z) + \chi_{D_1}(z)\chi_{D_0}(w)) (K_1(z, w) + \overline{K_1(z, w)}),$$

$$H_2f(z) = K_2f(z) + \overline{K_2f(z)}.$$

Ограниченность гармонического проектора Бергмана в пространствах Лебега с переменным показателем, Орлича и в гранд-пространстве Лебега

Теорема 3. Имеют место следующие утверждения:

1. Пусть p удовлетворяет лог-условию (1), $p^- > 1$, $p^+ < \infty$. Тогда $H_{\mathbb{D}}$ ограничен как проектор из $L^{p(\cdot)}(\mathbb{D})$ на $h^{p(\cdot)}(\mathbb{D})$.

2. Пусть Φ – функция Юнга, удовлетворяющая условиям (3) и (4). Тогда H_D ограничен как проектор из $L^{\Phi}(\mathbb{D})$ на $h^{\Phi}(\mathbb{D})$.

3. Пусть $1 < p < +\infty$. Тогда $H_{\mathbb{D}}$ ограничен как проектор из $L^{p,\theta}(\mathbb{D})$ на $h^{p,\theta}(\mathbb{D})$.

Доказательство. Пусть $D_1 = \{z \in \mathbb{C} : \frac{1}{2} < |z| < 1\}$, $D_2 = \{z \in \mathbb{C} : 1 < |z| < 2\}$; Q – оператор отражения относительно $D = D_1 \cup D_2$, т.е. $Qf(\zeta) = f\left(\frac{1}{\bar{\zeta}}\right)$. E_D – оператор продолжения нулем из D на все пространство $\mathbb{C}$. Заметим, что $\|H_2f\|_{X(\mathbb{D})} = \|K_2f + \overline{K_2f}\|_{X(\mathbb{D})} \leq 2\|\chi_{D_1}TE_{D_2}g\|_{X(D_1 \cup D_2)}$. В силу предложения 4

$$\|H_2f\|_{X(D)} \leq C\|E_{D_2}g\|_{D_2} = C\|Qf\|_{X(D_2)},$$

где $C > 0$ и не зависит от f . Осталось оценить оператор $Q: X(D_1) \rightarrow X(D_2)$.

Пусть $X(\mathbb{D}) = L^{p(\cdot)}(\mathbb{D})$. По определению [1]

$$\|Qf\|_{L^{p(\cdot)}(D_2)} = \inf \left\{ \lambda > 0: \int_{D_2} \left| \frac{Qf(\zeta)}{\lambda} \right|^{p(\zeta)} dA(\zeta) \leq 1 \right\} =$$

$$\inf \left\{ \lambda > 0: \int_{D_1} \left| \frac{f(z)}{\lambda} \right|^{p(z)} \frac{1}{|z|^4} dA(z) \leq 1 \right\} \leq$$

$$\leq C_1 \inf \left\{ \lambda > 0: \int_{D_1} \left| \frac{f(z)}{\lambda} \right|^{p(z)} dA(z) \leq 1 \right\} =$$

$$= C_1 \|f\|_{L^{p(\cdot)}(D_1)} \leq C_1 \|f\|_{L^{p(\cdot)}(\mathbb{D})}.$$

Пусть $X(\mathbb{D}) = L^\Phi(\mathbb{D})$.

$$\|Qf\|_{L^\Phi(D_2)} = \inf \left\{ \lambda > 0: \int_{D_2} \Phi \left(\frac{|Qf(\zeta)|}{\lambda} \right) dA(\zeta) \leq 1 \right\} =$$

$$\inf \left\{ \lambda > 0: \int_{D_1} \Phi \left(\frac{|Qf(\zeta)|}{\lambda} \right) \frac{1}{|z|^4} dA(\zeta) \leq 1 \right\} \leq C_1 \|f\|_{L^\Phi(D_1)} \leq C_1 \|f\|_{L^\Phi(\mathbb{D})}.$$

Наконец, пусть $X(\mathbb{D}) = L^{p,\theta}(\mathbb{D})$. Тогда

$$\|Qf\|_{L^{p,\theta}(D_2)} = \sup_{0 < \varepsilon < p-1} \left\{ \varepsilon^\theta \int_{D_2} |Qf(\zeta)|^{p-\varepsilon} dA(\zeta) \leq 1 \right\} \leq$$

$$\leq 1 \Big\}^{\frac{1}{p-\varepsilon}} =$$

$$= \sup_{0 < \varepsilon < p-1} \left\{ \varepsilon^\theta \int_{D_1} |f(z)|^{p-\varepsilon} \frac{1}{|z|^4} dA(\zeta) \leq 1 \right\}^{\frac{1}{p-\varepsilon}} \leq$$

$$\leq C_1 \|f\|_{L^{p,\theta}(D_1)} \leq C_1 \|f\|_{L^{p,\theta}(\mathbb{D})}.$$

Теорема доказана.

Оценки роста гармонических функций с переменным показателем $h^{p(\cdot)}(\mathbb{D})$, в пространстве Орлича $h^\Phi(\mathbb{D})$, в обобщенном гранд- и малом пространствах Лебега $h^{p,\theta}(\mathbb{D})$ и $h^{(p,\theta)}(\mathbb{D})$

Здесь мы изучаем рост гармонических функций вблизи границы. Для классического $h^p(\mathbb{D})$ известен результат [1]:

$$|f(z)| \leq \frac{\|f\|_{L^p(\mathbb{D})}}{(1-|z|^2)^{\frac{p}{2}}}, \quad p > 0, \quad z \in \mathbb{D}.$$

Теорема 4. Имеют место следующие утверждения:

1. Пусть $f \in h^{p(\cdot)}(\mathbb{D})$; p удовлетворяет log-условию (1) и $1 \leq p(z) \leq p^+ < \infty$.

Тогда

$$|f(z)| \leq C \frac{\|f\|_{L^{p(\cdot)}(\mathbb{D})}}{(1-|z|)^{\frac{p(z)}{2}}}, \quad z \in \mathbb{D}.$$

2. Пусть $f \in h^\Phi(\mathbb{D})$, Φ – функция Юнга. Тогда

$$|f(z)| \leq C \Phi^{-1} \left(\frac{1}{(1-|z|)^2} \right) \|f\|_{L^\Phi(\mathbb{D})}, \quad z \in \mathbb{D}.$$

3. Пусть $f \in h^{p,\theta}(\mathbb{D})$. Тогда

$$|f(z)| \leq C \frac{\ln^{\frac{\theta}{p}} \frac{e}{1-|z|}}{(1-|z|)^{\frac{p}{2}}} \|f\|_{L^{p,\theta}(\mathbb{D})}, \quad z \in \mathbb{D}.$$

4. Пусть $f \in h^{(p,\theta)}(\mathbb{D})$. Тогда

$$|f(z)| \leq C \frac{\ln^{\frac{\theta}{p}} \frac{e}{1-|z|}}{(1-|z|)^{\frac{p}{2}}} \|f\|_{L^{(p,\theta)}(\mathbb{D})}, \quad z \in \mathbb{D}.$$

Доказательство. Для гармонической функции f на $\mathbb{D}$ и для всех $0 \leq p < 1 - |z|$ имеет место неравенство [1]

$$|f(z)| \leq \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} |f(z + \rho e^{i\alpha})| d\alpha, \quad z \in \mathbb{D}.$$

Преобразуем интеграл в правой части. Получим

$$|f(z)| \leq \frac{1}{\delta^2} \int_{D(z,\delta)} |f(w)| dA(w), \quad z \in \mathbb{D},$$

где $\delta \leq 1 - |z|$.

Пусть $D(z, \delta)$ – евклидов диск в $\mathbb{C}$ с центром z и радиусом δ ; $f \in h^{p(\cdot)}(\mathbb{D})$, $\frac{1}{p(z)} + \frac{1}{p'(z)} = 1$. Применяем неравенство Гёльдера к функциям f и $\chi_{D(z,\delta)}$:

$$|f(z)| \leq \frac{2}{\delta^2} \|f\|_{L^{p(\cdot)}(D(z,\delta))} \|\chi_{D(z,\delta)}\|_{L^{p'(\cdot)}(D(z,\delta))},$$

$$z \in \mathbb{D}.$$

Поскольку $p(z)$ удовлетворяет log-условию (1), то по лемме 1

$$\|\chi_{D(z,\delta)}\|_{L^{p'(\cdot)}(D(z,\delta))} \leq C_1 |D(z, \delta)|^{\frac{1}{p'(z)}} \leq C_2 \delta^{\frac{2}{p'(z)}},$$

$$z \in \mathbb{D}.$$

Из этого неравенства следует, что

$$|f(z)| \leq \frac{C}{\delta^{\frac{2}{p(z)}}} \|f\|_{L^{p(\cdot)}(D(z,\delta))} \leq \frac{C}{\delta^{\frac{2}{p(z)}}} \|f\|_{L^{p(\cdot)}(\mathbb{D})},$$

$$z \in \mathbb{D},$$

$$|f(z)| \leq C \frac{\|f\|_{L^{p(\cdot)}(\mathbb{D})}}{\delta^{\frac{2}{p(z)}}} \leq C \frac{\|f\|_{L^{p(\cdot)}(\mathbb{D})}}{(1-|z|)^{\frac{2}{p(z)}}}, \quad z \in \mathbb{D}.$$

Пусть $f \in h^\Phi(\mathbb{D})$. Применяем неравенство Гёльдера для пространства Орлича к функциям f и $\chi_{D(z,\delta)}$:

$$|f(z)| \leq \frac{2}{\delta^2} \|f\|_{L^\Phi(D(z,\delta))} \|\chi_{D(z,\delta)}\|_{L^\Psi(D(z,\delta))}, \quad z \in \mathbb{D}.$$

Известно [1], что

$$\|\chi_{D(z,\delta)}\|_{L^\Psi(D(z,\delta))} = \frac{1}{\Psi^{-1} \left(\frac{1}{|D(z,\delta)|} \right)}.$$

В силу (2) и того факта, что Φ^{-1} возрастает, получаем

$$\frac{1}{\Psi^{-1} \left(\frac{1}{|D(z,\delta)|} \right)} \leq |D(z, \delta)| \Phi^{-1} \left(\frac{1}{|D(z,\delta)|} \right) \leq$$

$$\leq C \delta^2 \Phi^{-1} \left(\frac{1}{\delta^2} \right).$$

Приходим к неравенству

$$|f(z)| \leq C \Phi^{-1} \left(\frac{1}{\delta^2} \right) \|f\|_{L^\Phi(\mathbb{D})}, \quad z \in \mathbb{D},$$

$$|f(z)| \leq C \Phi^{-1} \left(\frac{1}{(1-|z|)^2} \right) \|f\|_{L^\Phi(\mathbb{D})}, \quad z \in \mathbb{D}.$$

Наконец, пусть $f \in h^{p,\theta}(\mathbb{D})$ и $f \in h^{(p,\theta)}(\mathbb{D})$. Применим неравенство Гёльдера для больших и малых пространств Лебега к функциям f и $\chi_{D(z,\delta)}$:

$$|f(z)| \leq \frac{1}{\delta^2} \|f\|_{L^{p,\theta}(D(z,\delta))} \|\chi_{D(z,\delta)}\|_{L^{p',\theta}} \leq$$

$$\leq \frac{1}{\delta^2} \|f\|_{L^{p,\theta}} \|\chi_{D(z,\delta)}\|_{L^{p',\theta}},$$

$$|f(z)| \leq \frac{1}{\delta^2} \|f\|_{L^{(p,\theta)}(D(z,\delta))} \|\chi_{D(z,\delta)}\|_{L^{p',\theta}} \leq$$

$$\leq \frac{1}{\delta^2} \|f\|_{L^{(p,\theta)}} \|\chi_{D(z,\delta)}\|_{L^{p',\theta}}.$$

Поскольку $p(z)$ удовлетворяет log-условию (1), то по лемме 2

$$\| \chi_{D(z,\delta)} \|_{L^{p(\cdot)}(D(z,\delta))} \leq |D(z,\delta)|^{\frac{1}{p}} \ln^{\frac{\theta}{p}} \frac{e}{|D(z,\delta)|} \leq C \delta^{\frac{1}{p}} \ln^{\frac{\theta}{p}} \frac{e}{\delta}, \quad z \in \mathbb{D}.$$

Приходим к неравенству

$$\begin{aligned} |f(z)| &\leq \frac{1}{\delta^2} \|f\|_{L^{p(\cdot),\theta}(\mathbb{D})} C \delta^{\frac{1}{p}} \ln^{\frac{\theta}{p}} \frac{e}{\delta} \leq \\ &\leq C \frac{\ln^{\frac{\theta}{p}} \frac{e}{\delta}}{\delta^{\frac{2}{p}}} \|f\|_{L^{p(\cdot),\theta}(\mathbb{D})} \leq \\ &\leq C \frac{\ln^{\frac{\theta}{p}} \frac{e}{1-|z|}}{(1-|z|)^{\frac{2}{p}}} \|f\|_{L^{p(\cdot),\theta}(\mathbb{D})}, \quad z \in \mathbb{D}. \end{aligned}$$

Для $f \in h^{(p,\theta)}(\mathbb{D})$ доказательство аналогично. Таким образом теорема доказана.

Следствие [1]. Пусть $X_{\text{harm}}(\mathbb{D})$ — любое из пространств: $h^{p(\cdot)}(\mathbb{D})$, $h^{\Phi}(\mathbb{D})$ или $h^p(\mathbb{D})$. В условиях теоремы 4 справедливы следующие утверждения:

1. Функционал, вычисленный в точке пространства $X_{\text{harm}}(\mathbb{D})$, $f \mapsto f(z)$, $z \in \mathbb{D}$, ограничен.
2. Сходимость в пространстве $X_{\text{harm}}(\mathbb{D})$ по норме влечет равномерную сходимость на любых компактах в $\mathbb{D}$.

Литература

1. Karapetyants A., Rafeiro H., Samko S.G. Boundedness of the Bergman Projection and Some Properties of Bergman Type Spaces // *Complex Analysis and Operator Theory*. 2019. Vol. 13, № 1. P. 275–289.
2. Kokilashvili V., Meskhi A., Rafeiro H., Samko S. *Integral Operators in Non-Standard Function Spaces. Vol. I: Variable Exponent Lebesgue and Amalgam Spaces*. Birkhäuser Basel, 2016.
3. Rao M.M., Ren Z.D. *Theory of Orlicz spaces* // *Monographs and Textbooks in Pure and Applied Mathematics*. New York: Marcel Dekker, 1991. P. 146.
4. Kokilashvili V., Krbeć M.M. *Weighted Inequalities in Lorentz and Orlicz Spaces* // *World Scientific*. Singapore, 1991.
5. Карпатьянц А.Н., Самко С.Г. О гранд-пространствах и малых пространствах Бергмана // *Мат. заметки*. 2018. Т. 104, вып. 3. С. 439–446.

6. Kovacik O., Rakosnik J. On spaces $L^{p(x)}$ and $W^{1,p(x)}$ // *Czechoslovak Math. J.* 1991. Vol. 41 (116). P. 592–618.

7. Diening L., Ruzichka M. Calderon-Zygmund operators on generalized Lebesgues spaces $L_p(\cdot)$ and problems related to fluid dynamics // *J. Reine Angew. Math.* 2003. Vol. 563. P. 197–220.

8. Gallardo D. Orlicz spaces for which the Hardy - Littlewood maximal operator is bounded // *Publ. Math.* 1988. Vol. 32. P. 261–266.

9. Zaharyuta V.P., Yudovich V.I. The general form of a linear functional in H_p // *U. M. N.* 1964. Vol. 19, № 2 (116). P. 139–142.

References

1. Karapetyants A., Rafeiro H., Samko S.G. Boundedness of the Bergman Projection and Some Properties of Bergman Type Spaces. *Complex Analysis and Operator Theory*. 2019, vol. 13, No. 1, pp. 275-289.
2. Kokilashvili V., Meskhi A., Rafeiro H., Samko S. *Integral Operators in Non-Standard Function Spaces. Vol. I: Variable Exponent Lebesgue and Amalgam Spaces*. Birkhäuser Basel, 2016.
3. Rao M.M., Ren Z.D. *Theory of Orlicz spaces. Monographs and Textbooks in Pure and Applied Mathematics*. New York: Marcel Dekker, 1991, p. 146.
4. Kokilashvili V., Krbeć M.M. *Weighted Inequalities in Lorentz and Orlicz Spaces*. *World Scientific*. Singapore, 1991.
5. Karapetyants A.N., Samko S.G. O grand-prostranstvakh i malykh prostranstvakh Bergmana [On Grand and Small Bergman Spaces]. *Mat. zametki*. 2018, vol. 104, No. 3, pp. 439-446.
6. Kovacik O., Rakosnik J. On spaces $L^{p(x)}$ and $W^{1,p(x)}$. *Czechoslovak Math. J.* 1991, vol. 41 (116), pp. 592-618.
7. Diening L., Ruzichka M. Calderon-Zygmund operators on generalized Lebesgues spaces $L_p(\cdot)$ and problems related to fluid dynamics. *J. Reine Angew. Math.* 2003, vol. 563, pp. 197-220.
8. Gallardo D. Orlicz spaces for which the Hardy - Littlewood maximal operator is bounded. *Publ. Math.* 1988, vol. 32, pp. 261-266.
9. Zaharyuta V.P., Yudovich V.I. The general form of a linear functional in H_p . *U. M. N.* 1964, vol. 19.2 (116), pp. 139-142.

УДК 532.5.032:531.383

DOI 10.23683/0321-3005-2019-3-20-26

АСИМПТОТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ШЕСТИМЕРНОЙ МОДЕЛИ СВОБОДНОЙ КОНВЕКЦИИ В СФЕРОИДАЛЬНОЙ ПОЛОСТИ ПРИ ИСЧЕЗАЮЩЕЙ ДИССИПАЦИИ*

© 2019 г. Н.В. Петровская¹

¹Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия

ASYMPTOTIC ANALYSIS OF THE SIX-DIMENSIONAL MODEL OF FREE CONVECTION IN A SPHEROIDAL CAVITY WITH VANISHING DISSIPATION

N.V. Petrovskaya¹

¹Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russia

Петровская Наталья Владимировна – кандидат физико-математических наук, доцент, старший научный сотрудник, кафедра вычислительной математики и математической физики, Институт математики, механики и компьютерных наук имени И.И. Воровича, Южный федеральный университет, ул. Милчакова, 8а, г. Ростов-на-Дону, 344090, Россия, e-mail: NVP108@gmail.com

Natalia V. Petrovskaya - Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor, Senior Researcher, Department of Computational Mathematics and Mathematical Physics, Vorovich Institute of Mathematics, Mechanics and Computer Science, Southern Federal University, Milchakova St., 8a, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: NVP108@gmail.com

Рассматривается предложенная Ф.В. Должанским шестимерная модель свободной конвекции вязкой теплопроводной жидкости в эллипсоидальной полости. В случае невязкой нетеплопроводной жидкости эта модель сводится к известным уравнениям Эйлера – Пуассона движения твердого тела с закрепленной точкой. В отличие от других маломодовых моделей она определяет точные решения уравнений свободной конвекции в приближении Обербека – Буссинеска с пространственно-линейными полями скорости и температуры.

Изучаются установившиеся конвективные движения, определяемые шестимерной моделью при малых значениях коэффициентов вязкости и теплопроводности жидкости μ , δ . Эллипсоидальная полость предполагается вращательно-симметричной, градиент температуры на ее границе и сила тяжести направлены по оси симметрии. Если μ и δ малы, то модель можно рассматривать как возмущение уравнений Эйлера – Пуассона в интегрируемом случае Лагранжа. Это позволяет выполнить для нее асимптотический анализ в предельном случае $\mu \rightarrow 0$, $\delta \rightarrow 0$ при сохранении отношения коэффициентов – числа Прандтля. Оказывается, что в зависимости от параметров задачи и начальных условий с течением времени устанавливаются либо стационарные, либо периодические движения. Первые представляют собой эллиптические вращения жидкости вокруг оси, ортогональной направлению силы тяжести. Вторые – это движения колебательного типа с нулевым средним значением угловой скорости. Для них ось вращения постоянна (ортогональна силе тяжести), а интенсивность и направление вращения изменяются периодически.

Ключевые слова: система гидродинамического типа, точные решения уравнений Обербека – Буссинеска, волчок Лагранжа, метод усреднения, асимптотика периодических движений.

A six-dimensional model of free convection of a viscous heat-conducting fluid in an ellipsoidal cavity proposed by F.V. Dolzhanskii is considered. In the case of an inviscid, non-heat-conducting fluid, this model reduces to the well-known Euler-Poisson equations of motion of a rigid body with a fixed point. At the same time, unlike other low-mode models, it determines the exact solutions of the free convection equations in the Oberbeck-Boussinesq approximation with spatially linear velocity and temperature fields.

In this paper, we study the steady-state convective motions determined by the six-dimensional model for small values of the coefficients of viscosity and thermal conductivity of the fluid μ , δ . The ellipsoidal cavity is assumed to be rotationally symmetric, the temperature gradient at its boundary and the force of gravity are directed along the axis of symmetry. If μ and δ are small, then the model can be considered as a perturbation of the Euler-Poisson equations in the integrable Lagrange case. This allows us

* Работа выполнена в рамках базовой части государственного задания Министерства образования и науки РФ (№ 1.5169.2017/8.9).

to perform an asymptotic analysis for it in the limiting case $\mu \rightarrow 0$, $\delta \rightarrow 0$, while maintaining the ratio of the coefficients - Prandtl number. It turns out that, depending on the parameters of the problem and the initial conditions, either stationary or periodic motions are established. The first ones are elliptical rotations of fluid around an axis orthogonal to the direction of gravity. The second ones are oscillatory-type motions with zero mean angular velocity. For them, the axis of rotation is constant (orthogonal to gravity), and the intensity and direction of rotation change periodically.

Keywords: hydrodynamic type system, exact solutions of the Oberbeck-Boussinesq equations, Lagrange top, averaging method, asymptotics of periodic motions.

Введение

В уравнениях свободной конвекции в приближении Обербека – Буссинеска [1] жидкость характеризуется двумя параметрами – коэффициентами кинематической вязкости и температуропроводности. Если один или оба эти параметра велики или, наоборот, малы, то численное исследование решений затруднено, а иногда и невозможно. В таких случаях результат могут дать асимптотические методы. В работе [2] рассмотрены предельные формы уравнений свободной конвекции, возникающие, когда безразмерные коэффициенты вязкости и теплопроводности μ , δ стремятся к нулю или к бесконечности. Одна из наиболее сложных предельных форм – идеальная конвекция – получается при $\mu=0$, $\delta=0$. В частном случае, когда жидкость заполняет эллипсоидальную полость, уравнения идеальной конвекции имеют *точные* решения с пространственно-линейными полями скорости и температуры. Эволюция этих решений во времени определяется системой шести обыкновенных дифференциальных уравнений, которые с точностью до обозначений совпадают с классическими уравнениями Эйлера – Пуассона движения твердого тела с закрепленной точкой в поле силы тяжести [3].

Эта гидродинамическая интерпретация уравнений Эйлера – Пуассона использована Ф.В. Должанским при построении шестимерной модели конвекции вязкой теплопроводной жидкости в эллипсоидальной полости [4]. Скорость жидкости и температура предполагаются близкими к пространственно-линейным полям всюду, кроме пограничного слоя на границе эллипсоида. Учет диссипативных эффектов приводит к появлению в уравнениях Эйлера – Пуассона дополнительных линейных слагаемых, стремящихся к нулю вместе с коэффициентами вязкости и теплопроводности. В [4] эти слагаемые соответствуют случаю изотропного трения, их форма в случае анизотропного трения приведена в [5].

В данной работе исследуются установившиеся конвективные движения, определяемые шестимерной моделью Ф.В. Должанского в предельном случае $\mu \rightarrow 0$, $\delta \rightarrow 0$. Как известно [6, 7], уравнения Эйлера – Пуассона имеют три независимых первых ин-

теграла и интегральный инвариант – фазовый объем. В трех частных случаях (Эйлера, Лагранжа и Ковалевской) имеется дополнительный четвертый интеграл и уравнения Эйлера – Пуассона интегрируемы. В этих случаях при малых μ и δ изучаемая шестимерная модель – система, близкая к интегрируемой, и для ее исследования может быть использован метод усреднения.

В данной работе параметры шестимерной модели конвекции выбраны так, что ее можно рассматривать как возмущение уравнений Эйлера – Пуассона в интегрируемом случае Лагранжа: эллипсоидальная полость предполагается вращательно-симметричной, а градиент температуры на ее границе и сила тяжести направлены вдоль оси симметрии эллипсоида. В асимптотическом исследовании задачи существенную роль играет система Лоренца [8]. Оказывается, что с течением времени фазовая точка притягивается к трехмерному инвариантному подпространству, на котором движение определяется системой Лоренца. В предельном случае исчезающей диссипации система Лоренца изучалась в работах [9–12]. В частности, в [9] она полностью исследована в предельном случае больших чисел Рэлея ($\mu\delta \rightarrow 0$ при сохранении отношения $\sigma = \mu/\delta$): уравнения Лоренца приведены к форме системы с быстро вращающейся фазой [13, 14], выписаны усредненные уравнения первого приближения, аналитически исследованы их равновесия и бифуркации соответствующих порождающих циклов. Эти результаты существенно использованы в данной работе при построении асимптотики установившихся конвективных движений, определяемых шестимерной моделью.

Следует отметить, что возмущенные движения твердого тела, близкие к случаю Лагранжа, изучались рядом авторов методом усреднения (см. [15] и приведенный там обзор). Однако в задаче о движении твердого тела возмущения могут присутствовать только в первой тройке уравнений (Эйлера), но не во второй (Пуассона), так как последние определяют проекции вертикального орта неподвижной системы координат на оси системы координат, связанной с телом. Напротив, при построении модели свободной конвекции жидкости в эллипсоидальной

полости учет вязкого трения и теплопроводности приводит к появлению диссипативных слагаемых во всех уравнениях. Следствием являются отсутствие первых интегралов и, более того, диссипативность этой системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

Постановка задачи

При построении шестимерной модели свободной конвекции жидкости в эллипсоидальной полости [4] предполагается, что вязкая несжимаемая теплопроводная жидкость заполняет эллипсоидальную полость с границей $\sum_{k=1}^3 (x_k/a_k)^2 = 1$, на которой задано линейное по пространственным переменным $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3)$ распределение температуры с постоянным градиентом $\mathbf{Q}$. Скорость жидкости $\mathbf{v}(\mathbf{x}, t)$ и температура $T(\mathbf{x}, t)$ предполагаются близкими всюду (кроме пограничного слоя на границе эллипсоида) к пространственно-линейным полям вида

$$\mathbf{v}(\mathbf{x}, t) = \sum_{k=1}^3 \omega_k(t) \cdot \mathbf{w}_k(\mathbf{x}), \quad (1)$$

$$T(\mathbf{x}, t) = \sum_{k=1}^3 q_k(t) \cdot x_k / a_k.$$

Здесь $\mathbf{w}_k(\mathbf{x})$ ($k=1, 2, 3$) – бездивергентные, линейно независимые, касательные к границе области векторные поля $\mathbf{w}_1 = -\frac{a_2}{a_3} x_3 \mathbf{e}_2 + \frac{a_3}{a_2} x_2 \mathbf{e}_3$; $\mathbf{w}_2, \mathbf{w}_3$ получаются циклической перестановкой индексов; $\mathbf{e}_k$ – координатные орты. Каждому векторному полю $\mathbf{w}_k$ соответствует стационарное движение жидкости – так называемое эллиптическое вращение вокруг одной из главных осей эллипсоида. Уравнения для определения неизвестных $\omega_k(t)$, $q_k(t)$ имеют вид [4]

$$\dot{\mathbf{M}} = [\boldsymbol{\omega}, \mathbf{M}] + g\beta [\mathbf{L}, \mathbf{q}] - \mu \mathbf{A} \mathbf{M}, \quad (2)$$

$$\dot{\mathbf{q}} = [\boldsymbol{\omega}, \mathbf{q}] + \delta \mathbf{B}(\mathbf{Q} - \mathbf{q}).$$

Здесь точка означает производную по времени t ; $\mathbf{M} = \mathbf{I} \boldsymbol{\omega}$; $\mathbf{I} = \text{diag}(I_1, I_2, I_3)$; $I_k = \sum_{i=1}^3 a_i^2 - a_k^2$; $\boldsymbol{\omega} = (\omega_1, \omega_2, \omega_3)$; $\mathbf{q} = (q_1, q_2, q_3)$; g – ускорение силы тяжести; β – коэффициент теплового расширения жидкости; μ и δ – эффективные коэффициенты вязкого трения и теплопередачи соответственно; $\mathbf{Q}$ – градиент температуры на границе области. Вектор $\mathbf{L}$ задает направление силы тяжести: $L_k = a_k \cos \theta_k$, $\cos \theta_k$ – направляющие косинусы силы тяжести по отношению к главным осям эллипсоида. Элементы матриц $\mathbf{A} = \text{diag}(A_1, A_2, A_3)$ и $\mathbf{B} = \text{diag}(B_1, B_2, B_3)$ – положительные функции полу-

осей эллипсоида, их выражения (достаточно громоздкие) приведены в [5, с. 8].

Предположим, что эллипсоид вращательно-симметричен ($a_1 = a_2$, $I_1 = I_2$, $A_1 = A_2$, $B_1 = B_2$), а сила тяжести и градиент температуры на границе направлены по его оси симметрии $\mathbf{L} = (0, 0, L_0)$, $\mathbf{Q} = (0, 0, Q_0)$, причем $L_0 < 0$, $Q_0 < 0$ (случай подогрева снизу). При таком выборе параметров систему (2) можно рассматривать как возмущение уравнений Эйлера – Пуассона в интегрируемом случае Лагранжа [6, 7]: при $\mu = 0$, $\delta = 0$ она имеет дополнительный четвертый интеграл ω_3 . Кроме того, при принятых условиях система (2) инвариантна относительно вращения вокруг оси симметрии эллипсоида:

$$\boldsymbol{\omega} \rightarrow \mathbf{J} \boldsymbol{\omega}, \quad \mathbf{q} \rightarrow \mathbf{J} \mathbf{q}, \quad (3)$$

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 \\ \sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Уравнение для ω_3 принимает вид

$$\dot{\omega}_3 = -\mu A_3 \omega_3.$$

Отсюда следует, что подпространство, определяемое равенством $\omega_3 = 0$, инвариантно. Ввиду положительности μ и A_3 , при $t \rightarrow \infty$ для любых начальных данных $\omega_3(t) \rightarrow 0$. Следовательно, все аттракторы системы (2) принадлежат инвариантному подпространству $\omega_3 = 0$. Далее система (2) рассматривается на этом подпространстве. После масштабирования

$$t \rightarrow c_1^{-1} t, \quad \boldsymbol{\omega} \rightarrow c_1 \boldsymbol{\omega}, \quad \mathbf{q} \rightarrow c_2 \mathbf{q},$$

$$c_1 = (g\beta L_0 Q_0 / I_1)^{1/2}, \quad c_2 = Q_0,$$

она принимает вид

$$\dot{\omega}_1 = -q_2 - \sigma \omega_1, \quad (4)$$

$$\dot{\omega}_2 = q_1 - \sigma \omega_2,$$

$$\dot{q}_1 = \omega_2 q_3 - \varepsilon q_1,$$

$$\dot{q}_2 = -\omega_1 q_3 - \varepsilon q_2,$$

$$\dot{q}_3 = \omega_1 q_2 - \omega_2 q_1 - \varepsilon b(q_3 - 1),$$

где $\varepsilon = \delta B_1 / c_1$ – малый параметр; $\sigma = (\mu A_1) / (\delta B_1)$ – пропорциональная числу Прандтля величина; $b = B_3 / B_1 = a_1^2 / a_3^2$ определяет форму эллипсоида. Далее система (4) изучается в предельном случае, когда $\varepsilon \rightarrow 0$ при постоянных σ и b .

Усредненные уравнения первого приближения

При $\varepsilon = 0$ уравнения (4) – это известные в теории движения тяжелого твердого тела с закрепленной точкой уравнения Эйлера – Пуассона в интегрируе-

мом случае Лагранжа на нулевом уровне дополнительного четвертого интеграла ω_3 [6, гл. 3, §4] или в более современном изложении [7, гл. 2, §3]). Уравнения (4) при $\varepsilon = 0$ имеют три независимых первых интеграла:

$$\begin{aligned} H &= (\omega_1^2 + \omega_2^2)/2 + q_3, \\ G &= \omega_1 q_1 + \omega_2 q_2, \\ R &= q_1^2 + q_2^2 + q_3^2. \end{aligned} \quad (5)$$

Следует отметить, что в задаче о движении твердого тела R – квадрат длины единичного вектора – может принимать только значение, равное единице. Однако для задачи (2) интеграл R может принимать любые неотрицательные значения.

При малых $\varepsilon > 0$ функции H , G , R – медленные переменные. Дифференцируя равенства (5) в силу системы (4), находим

$$\begin{aligned} \dot{H} &= \varepsilon((2\sigma - b)q_3 + b - 2\sigma H), \\ \dot{G} &= -\varepsilon(\sigma + 1)G, \\ \dot{R} &= 2\varepsilon(bq_3 + (1 - b)q_3^2 - R). \end{aligned} \quad (6)$$

Так как при $\varepsilon > 0$ для любых начальных данных $G(t) \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$, то все аттракторы системы (4) принадлежат поверхности $G = 0$. Далее система (2) рассматривается при условиях $\omega_3 = 0$, $G = 0$. Порядок системы можно уменьшить еще на единицу, используя ее инвариантность относительно вращений (3). Переходя на плоскостях (ω_1, ω_2) и (q_1, q_2) к полярным координатам $\omega_1 = X \cos \phi$, $\omega_2 = X \sin \phi$, $q_1 = -Y \sin \psi$, $q_2 = Y \cos \psi$ и используя условие $G = 0$, получаем $\sin(\phi - \psi) = 0$. Уравнения для X , Y , q_3 отделяются и не содержат угловых переменных, а $\dot{\phi} = 0$, $\dot{\psi} = 0$. Отсюда следует, что совместный уровень $\omega_3 = 0$, $G = 0$ расслоен на трехмерные инвариантные поверхности, на каждой из которых движение фазовой точки управляется одной с точностью до преобразования (3) системой уравнений. Простейшая форма такой системы получается из (4) при $\phi = 0$: $\omega_2 \equiv 0$, $q_1 \equiv 0$, а остальные переменные удовлетворяют уравнениям

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_1 &= -q_2 - \sigma \omega_1, \\ \dot{q}_2 &= -\omega_1 q_3 - \varepsilon q_2, \\ \dot{q}_3 &= \omega_1 q_2 - \varepsilon b(q_3 - 1). \end{aligned} \quad (7)$$

С точностью до обозначений (7) – это известная система Лоренца [8]. Отсюда следует, в частности, что в некоторой области параметров ε , σ , b в фазовом пространстве шестимерной модели (2) существует однопараметрическое семейство аттракторов Лоренца.

В предельном случае исчезающей диссипации система Лоренца изучалась в работах [9, 12]. Результаты этих работ существенно использованы ниже.

Полагая в (7) $\varepsilon = 0$, получаем порождающую систему

$$\dot{\omega}_1 = -q_2, \quad \dot{q}_2 = -\omega_1 q_3, \quad \dot{q}_3 = \omega_1 q_2. \quad (8)$$

$H = \omega_1^2/2 + q_3$, $R = q_2^2 + q_3^2$ – ее первые интегралы. При фиксированных значениях H и R невырожденный совместный уровень интегралов – это либо один цикл, симметричный относительно преобразования $J_0: (\omega_1, q_2, q_3) \rightarrow (-\omega_1, -q_2, q_3)$ при $H \in (-\sqrt{R}, \sqrt{R})$, либо симметричная относительно преобразования J_0 пара циклов при $H > \sqrt{R}$. Соответствующие периодические движения в первом случае имеют колебательный характер (либрации), а во втором – вращения. В первом случае среднее за период значение угловой скорости эллиптического вращения жидкости равно нулю, а во втором – отлочно от нуля.

Уравнение для переменной $z = q_3$ отделяется:

$$(\dot{z})^2 = 2(H - z)(R - z^2). \quad (9)$$

Это уравнение хорошо известно в теории движения твердого тела: почти все его решения периодические и могут быть выражены через эллиптические функции [6, гл. 3, §4]. Пусть P – период решения $z(t)$, а $\langle z \rangle$ – среднее значение функции $z(t)$ за период. Следуя [6], находим

$$P = 2 \frac{K(k)}{\sqrt{\rho}}, \quad \langle z \rangle = \rho \left(1 - 2 \frac{E(k)}{K(k)} \right), \quad (10)$$

$$k^2 = (\rho + H)/(2\rho) \text{ при } H \in (-\rho, \rho),$$

$$P = 2\sqrt{2} \frac{K(k)}{\sqrt{\rho + H}}, \quad \langle z \rangle = \rho \left(\frac{2}{k^2} \left(1 - \frac{E(k)}{K(k)} \right) - 1 \right), \quad (11)$$

$$k^2 = (2\rho)/(\rho + H) \text{ при } H > \rho,$$

где $K(k)$ и $E(k)$ – полные эллиптические интегралы первого и второго рода соответственно [16], $\rho = \sqrt{R}$.

Пусть теперь $\varepsilon > 0$ мало. Тогда H и R – медленные переменные, удовлетворяющие уравнениям (6):

$$\begin{aligned} \dot{H} &= \varepsilon((2\sigma - b)z + b - 2\sigma H), \\ \dot{R} &= 2\varepsilon(bz + (1 - b)z^2 - R), \end{aligned} \quad (12)$$

которые вместе с (9) образуют систему с вращающейся фазой. В их правые части, кроме z , входит также функция z^2 . Величина $\langle z^2 \rangle$ выражается через $\langle z \rangle$ при помощи рекуррентного соотношения [17, гл. 8, с. 104]:

$$\langle z^2 \rangle = (2H\langle z \rangle + R)/3. \quad (13)$$

Выполняя для уравнений (12), (9) стандартную процедуру усреднения [13, 14] и переходя к медленному времени $\tau = \varepsilon t$, с учетом (13) получаем усредненные уравнения первого приближения:

$$H' = -2\sigma H + (2\sigma - b)\langle z \rangle + b, \quad (14)$$

$$R' = (4H(1-b)/3 + 2b)\langle z \rangle - 2(b+2)R/3,$$

где $\langle z \rangle$ определяется формулами (10), (11), штрих означает производную по медленному времени τ .

Правые части уравнений (14) определены в $D_1 \cup D_2$; $D_1 = \{(H, R): H \in (-\sqrt{R}, \sqrt{R}), R > 0\}$, $D_2 = \{(H, R): H > \sqrt{R}, R > 0\}$. Их можно доопределить по непрерывности на границах областей D_1, D_2 :

$$(H', \rho') = (b - 2\sigma H, 0) \text{ при } \rho = 0, H > 0, \quad (15)$$

$$(H', \rho') = (b(1+\rho), -b(1+\rho)) \text{ при } \rho > 0, H = -\rho,$$

$$(H', \rho') = (b(1-\rho), b(1-\rho)) \text{ при } \rho > 0, H = \rho, \rho = \sqrt{R}.$$

Фазовым пространством системы (14) можно считать множество $\{(H, R): H \geq -\sqrt{R}, R \geq 0\} \setminus (0, 0)$.

Равновесия усредненных уравнений и установившиеся конвективные движения

Равновесия усредненных уравнений первого приближения полностью исследованы в [9, 10, 12]. Невырожденным равновесиям, лежащим в $D_1 \cup D_2$, соответствуют порождающие циклы – решения системы (7) при $\varepsilon = 0$. При достаточно малых $\varepsilon > 0$ в их окрестности существуют предельные циклы, которые при $\varepsilon \rightarrow 0$ переходят в порождающие.

Усредненные уравнения (14) имеют два семейства невырожденных равновесий. Равновесия в области D_1 существуют при $\sigma > \sigma_1$, $\sigma_1 = (2b+1)/3$, и устойчивы. Каждому равновесию отвечает один порождающий цикл, симметричный относительно преобразования $J_0: (\omega_1, q_2, q_3) \rightarrow (-\omega_1, -q_2, q_3)$. Соответствующие предельные циклы при достаточно малых ε асимптотически орбитально устойчивы. Значению $\sigma = \sigma_1$ отвечает бифуркация рождения порождающего цикла из гомоклинического контура, определяемого равенством $H = \sqrt{R}$ [9, 10]; для предельных циклов такая бифуркация имеет место при близких значениях σ .

Опишем свойства соответствующих конвективных движений жидкости. В пределе ($\varepsilon \rightarrow 0$) скорость и температура жидкости определяются формулами (1). Так как $\omega_2(t) = 0$, $\omega_3(t) = 0$ и $q_1(t) = 0$, то эти формулы упрощаются:

$$\mathbf{v}(\mathbf{x}, t) = \omega_1(t) \cdot \mathbf{w}_1(\mathbf{x}),$$

$$T(\mathbf{x}, t) = q_2(t) \cdot x_2 / a_2 + q_3(t) \cdot x_3 / a_3.$$

Это периодические решения либрационного типа: $\langle \omega_1(t) \rangle = 0$. Период функции $\omega_1(t)$ равен $2P$, функций $q_2(t)$, $q_3(t)$ – P ; P определяется формулами (10). Вектор угловой скорости жидкости направлен перпендикулярно оси симметрии эллипсоида (вдоль оси Ox_1), изменяются только интенсивность и направление эллиптического вращения. Вектор-градиент температуры жидкости совершает колебания в плоскости, перпендикулярной вектору угловой скорости (в плоскости Ox_2x_3). Из инвариантности задачи относительно вращений вокруг оси симметрии эллипсоида следует существование однопараметрического семейства (по углу γ , входящему в (3)) таких движений. Какое из них установится с течением времени, зависит от начальных данных.

В области D_2 также есть невырожденные равновесия усредненной системы (14). Они существуют при $\sigma \in (\sigma_1, \sigma_2)$, $\sigma_1 = (2b+1)/3$, $\sigma_2 = b+1$, и неустойчивы. Каждому из них отвечает пара порождающих циклов, симметричная относительно преобразования $J_0: (\omega_1, q_2, q_3) \rightarrow (-\omega_1, -q_2, q_3)$. Значению $\sigma = \sigma_1$ отвечает бифуркация рождения пары порождающих циклов из гомоклинического контура, определяемого равенством $H = \sqrt{R}$ [9, 10]. При $\sigma \rightarrow \sigma_2 - 0$ порождающие циклы стягиваются к равновесиям системы (8). Соответствующие предельные циклы в фазовом пространстве системы (7) при достаточно малых ε также неустойчивы. Аналогичные бифуркации для них имеют место при σ , близких к σ_1 и σ_2 .

Усредненная система (14) имеет, кроме невырожденных, также вырожденные равновесия на границах областей D_1, D_2 . Одно из них с координатами $H = 1, R = 1$, не зависящими от параметров σ и b , лежит на линии $H = \sqrt{R}$ и всегда неустойчиво. В фазовом пространстве порождающей системы (8) ему отвечает гомоклинический контур, состоящий из равновесия $(0, 0, 1)$ и J_0 -симметричной пары его гомоклинических траекторий. Именно этот контур участвует в бифуркации описанных выше семейств порождающих циклов. Отметим, что каждой точке на линии $H = \sqrt{R}$ соответствует аналогичный гомоклинический контур, содержащий равновесие $(0, 0, H)$ системы (8), но равновесие $(0, 0, 1)$ особенное – ему в модели (2) отвечает механическое равновесие жидкости.

Еще одно вырожденное равновесие усредненной системы (14) лежит на границе $R = 0$ области D_2 , для него $H = b/(2\sigma)$. В пределе ($\varepsilon \rightarrow 0$) ему отвечает

J_0 -симметричная пара вторичных равновесий системы (7): $\omega_1 = \pm \sqrt{b/\sigma - \varepsilon^2}$, $q_2 = -\sigma\omega_1$, $q_3 = \sigma\varepsilon^2$, устойчивых при $\sigma < \sigma_2$, $\sigma_2 = b+1$. Соответствующие движения жидкости – стационарные эллиптические вращения вокруг оси, перпендикулярной оси симметрии эллипсоида. Температура жидкости $T(x)$ при этом близка к нулю во всей области течения. Из инвариантности задачи относительно вращений вокруг оси симметрии эллипсоида (3) следует существование однопараметрического семейства (по параметру γ) таких движений.

При $\sigma \in (\sigma_1, \sigma_2)$, $\sigma_1 = (2b+1)/3$, $\sigma_2 = b+1$, в зависимости от начальных данных, с течением времени может установиться либо один из двух стационарных режимов движения, отличающихся направлением вращения жидкости, либо периодический режим движения либрационного типа с нулевым средним значением угловой скорости. С ростом параметра b интервал $\sigma \in (\sigma_1, \sigma_2)$ сдвигается в сторону больших σ : значениям $b < 1$ отвечает вытянутый вдоль оси симметрии эллипсоид, $b > 1$ – сплюснутый.

Заключение

Проведено асимптотическое исследование построенной Ф.В. Должанским шестимерной модели свободной конвекции вязкой несжимаемой жидкости в предельном случае исчезающей диссипации. Параметры задачи выбраны так, что ее можно рассматривать как возмущение уравнений Эйлера – Пуассона движения тяжелого твердого тела с закрепленной точкой в интегрируемом случае Лагранжа. Показано, что для достаточно малых значений коэффициентов вязкости и теплопроводности μ и δ с течением времени устанавливаются простые конвективные движения – стационарные или периодические, описаны характеристики этих движений.

Следует отметить, что для уравнений Эйлера – Пуассона в интегрируемом случае Лагранжа невырожденные совместные уровни интегралов – двумерные торы. При этом типичной является ситуация, когда фазовая траектория всюду плотна на торе, а соответствующее движение является условно-периодическим. Однако наличие диссипативных членов в уравнениях (2) приводит к тому, что при достаточно малых ε устанавливаются только движения, соответствующие вырожденным совместным уровням интегралов, – периодические и стационарные.

Автор благодарит М.Ю. Жукова за полезные замечания.

Литература

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика : в 10 т. Т. 6 : Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 736 с.
2. Юдович В.И. Об уравнениях свободной конвекции в приближении Обербека – Буссинеска / Ростовский гос. ун-т. Ростов н/Д., 1990. 19 с. Деп. в ВИНТИ. № 6225-B90.
3. Должанский Ф.В. О гидродинамической интерпретации уравнений движения тяжелого волчка // Изв. АН СССР. ФАО. 1977. Т. 13, № 2. С. 201–203.
4. Гледзер Е.Б., Должанский Ф.В., Обухов Е.М. Системы гидродинамического типа и их применение. М.: Наука, 1981. 366 с.
5. Гледзер А.Е. Конвективные режимы в малокомпонентной модели движения жидкости в почти аксиально-симметричной эллипсоидальной полости // Нелинейная динамика. 2007. Т. 3, № 1. С. 3–31.
6. Голубев В.В. Лекции по интегрированию уравнений движения тяжелого твердого тела около неподвижной точки. М.: ГИТТЛ, 1953. 288 с.
7. Борисов А.В., Мамаев И.С. Динамика твердого тела. Ижевск: НИЦ РХД, 2001. 384 с.
8. Лоренц Э. Детерминированное непериодическое движение // Странные аттракторы. М.: Мир, 1981. С. 88–116.
9. Юдович В.И. Асимптотика предельных циклов системы Лоренца при больших числах Рэлея / Ростовский гос. ун-т. Ростов н/Д., 1978. 48 с. Деп. в ВИНТИ. № 2611-78.
10. Robbins K.A. A new approach to subcritical instability and turbulent transitions in a simple dynamo // Math. Proc. of Cambridge Phil. Soc. 1977. Vol. 82, part 2. P. 309–325.
11. Петровская Н.В., Прокофьева О.В. Качественное исследование осредненной системы Лоренца // Изв. СКНЦ ВШ. Естеств. науки. 1983. № 4. С. 30–31.
12. Покровский Л.А. Решение системы уравнений Лоренца в асимптотическом пределе большого числа Рэлея. I. // Теорет. и мат. физика. 1985. Т. 62, № 2. С. 272–290.
13. Волосов В.М., Моргунов Б.И. Метод осреднения в теории нелинейных колебательных систем. М.: Изд-во МГУ, 1971. 507 с.
14. Арнольд В.И., Козлов В.В., Нейштадт А.И. Математические аспекты классической и небесной механики // Итоги науки и техники. Современные проблемы математики. Фундаментальные направления. М.: ВИНТИ, 1985. Т. 3. 304 с.
15. Черноусько Ф.Л., Акуленко Л.Д., Лещенко Д.Д. Эволюция движений твердого тела относительно центра масс. Ижевск: НИЦ РХД, 2015. 308 с.
16. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Наука, 1971. 1108 с.
17. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления: в 3 т.: Наука, 2003. Т. 2. М. 864 с.

References

1. Landau L. D., Lifshits E. M. *Teoreticheskaya fizika* [Theoretical physics]. Vol. 6. Hydrodynamics. Moscow: Nauka, 1986, 736 p.
2. Yudovich V. I. *Ob uravneniyakh svobodnoi konveksii v priblizhenii Oberbeka-Boussineska* [On the equations of free convection in the Oberbeck-Boussinesq approximation]. Rostov State University. Rostov-on-Don, 1990, 19 p. Dep. in VINITI, No. 6225-V90.
3. Dolzhanskii F.V. O gidrodinamicheskoi interpretatsii uravnenii dvizheniya tyazhelogo volchka [On the hydrodynamic interpretation of the equations for the motion of a heavy top]. *Izv. AN SSSR. FAO*. 1977, vol. 13, No. 2, pp. 201-203.
4. Gledzer E. B., Dolzhanskii F. V., Obukhov E. M. *Sistemy gidrodinamicheskogo tipa i ikh primeneniye* [Hydrodynamic type systems and their application]. Moscow: Nauka, 1981, 366 p.
5. Gledzer A. E. Konvektivnye rezhimy v malokomponentnoi modeli dvizheniya zhidkosti v pochti aksial'no-simmetrichnoi ellipsoidal'noi polosti [The convection regimes in a low-order model of fluid motion in nearly axially symmetrical ellipsoidal cavity]. *Nelineinaya dinamika*. 2007, vol. 3, No. 1, pp. 3-31.
6. Golubev V. V. *Leksii po integrirovaniyu uravnenii dvizheniya tyazhelogo tverdogo tela okolo nepodvizhnoi tochki* [Lectures on the integration of equations of a heavy rigid body motion near a fixed point]. Moscow: GITTL, 1953, 288 p.
7. Borisov A. V., Mamaev I. S. *Dinamika tverdogo tela* [Rigid Body Dynamics]. Izhevsk: NITs RKhD, 2001, 384 p.
8. Lorenz E. N. [Deterministic nonperiodic flow]. *Strannye attraktory* [Strange attractors]. Moscow: Mir, 1981, pp. 88-116.
9. Yudovich V.I. *Asimptotika predel'nykh tsiklov sistemy Lorentsa pri bol'shikh chislakh Releya* [Asymptotics of the limit cycles of the Lorenz system for large Rayleigh numbers]. Rostov State University. Rostov-on-Don, 1978, 48 p. Dep. in VINITI, No. 2611-78.
10. Robbins K. A. A new approach to subcritical instability and turbulent transitions in a simple dynamo. *Math. Proc. of Cambridge Phil. Soc.* 1977, vol. 82, part 2, pp. 309-325.
11. Petrovskaya N. V., Prokof'eva O. V. Kachestvennoe issledovanie osrednennoi sistemy Lorentsa [Qualitative study of the averaged Lorenz system]. *Izv. SKNTs VSh. Estestv. nauki*. 1983, No. 4, pp. 30-31.
12. Pokrovskii L.A. Reshenie sistemy uravnenii Lorentsa v asimptoticheskom predele bol'shogo chisla Releya [Solution of the system of Lorenz equations in the asymptotic limit of large Rayleigh numbers I]. *Theoret. i mat. fizika*. 1985, vol. 62, No. 2, pp. 183-196.
13. Volosov V. M., Morgunov B. I. *Metod osredneniya v teorii nelineinykh kolebatel'nykh system* [Averaging method in the theory of nonlinear oscillatory systems]. Moscow: Izd-vo MGU, 1971, 507 p.
14. Arnold V. I., Kozlov V. V., Neishtadt A. I. [Mathematical aspects of classical and celestial mechanics]. *Itogi nauki i tekhniki. Sovremennye problemy matematiki. Fundamental'nye napravleniya* [Results of science and technology. Current problems in mathematics. Fundamental directions]. Moscow: VINITI, 1985, vol. 3, 304 p.
15. Chernous'ko F. L., Akulenko L. D., Leshchenko D. D. *Evolutsiya dvizhenii tverdogo tela otnositel'no tsentra mass* [The evolution of rigid body motions relative to the center of mass]. Izhevsk: NITs RKhD, 2015, 308 p.
16. Gradshteyn I. S., Ryzhik I. M. *Tablitsy integralov, summ, ryadov i proizvedenii* [Tables of integrals, sums, series and products]. Moscow: Nauka, 1971, 1108 p.
17. Fikhtengol'ts G. M. *Kurs differentsial'nogo i integral'nogo ischisleniya* [Course of differential and integral calculus]. Vol. 2. Moscow: Nauka, 2003, 864 p.

УДК 512.7

DOI 10.23683/0321-3005-2019-3-27-33

НОРМАЛЬНЫЙ ВИД И КЛАССЫ ПРОЕКТИВНО КОНГРУЭНТНЫХ СИММЕТРИЧНЫХ МАТРИЦ

© 2019 г. О.А. Старикова¹

¹Северо-Восточный государственный университет, Магадан, Россия

A NORMAL FORM AND PROJECTIVE CONGRUENT SYMMETRIC MATRICES CLASSES

О.А. Starikova¹

¹North-Eastern State University, Magadan, Russia

Старикова Ольга Александровна – кандидат физико-математических наук, доцент, кафедра высшей математики, Северо-Восточный государственный университет, ул. Портовая, 13, г. Магадан, 685000, Россия, e-mail: star-olga@yandex.ru

Olga A. Starikova - Candidate of Physics and Mathematics, Associate Professor, Department of High Mathematics, North-Eastern State University, Portovaya St., 13, Magadan, 685000, Russia, e-mail: star-olga@yandex.ru

Теории квадратичных форм и геометрических образов второго порядка в проективных пространствах достаточно хорошо разработаны в случае поля коэффициентов. При переходе от полей к алгебрам и кольцам коэффициентов в более общей ситуации изучаются линейные группы, обобщается основная теорема проективной геометрии. Квадратичные формы и соответствующие им симметричные матрицы, эрмитовы формы исследуются над локальными и полулокальными кольцами.

В число основных в теории квадрик и квадратичных форм входит задача их классификации с точностью до проективной конгруэнтности и эквивалентности. Симметричные $(n \times n)$ -матрицы A , B и соответствующие им квадрики называем проективно конгруэнтными, если существует $k \in R^*$ и $U \in GL(n, R)$ такие, что $kA = UBU^T$. При $k = 1$ матрицы A и B называем конгруэнтными. Классификация квадрик основывается на перечислении квадратичных форм и их матриц и тесно связана с теорией схем квадратичных форм (quadratic form schemes) основных колец коэффициентов.

Исследуются проективные пространства над локальным кольцом $R = 2R$ с главным максимальным идеалом J , $1 + J \subseteq R^{*2}$, $R^*/R^{*2} = \{1, r, p, pr\}$. Для элементов $a = rR^{*2}$ и $b = sR^{*2}$ группы R^*/R^{*2} полагаем $D(a, b) = \{tR^{*2} \mid t \in (rR^{*2} + sR^{*2}) \cap R^*\}$. В каждом из случаев $r \equiv -1 \pmod{R^{*2}}$, $D(1, 1) = \{1, r\}$, $D(1, r) = \{1, r, p, pr\}$, $D(1, p) = \{1, p\}$, $D(1, pr) = \{1, pr\}$ и $1 \equiv -1 \pmod{R^{*2}}$, $D(1, 1) = \{1, r, p, pr\}$, $D(1, r) = \{1, r\}$, $D(1, p) = \{1, p\}$, $D(1, pr) = \{1, pr\}$ выявлен (единственный) нормальный вид конгруэнтных симметричных матриц над кольцом R . Когда максимальный идеал является нильпотентным, найдено число классов конгруэнтных и проективно конгруэнтных симметричных матриц.

Ключевые слова: проективное пространство, локальное кольцо, квадрика, проективная конгруэнтность, схемы квадратичных форм.

The theory of quadratic forms and geometric forms of the second order in projective spaces over fields has been arbitrarily developed. In the transition from fields to algebras and rings of coefficients in a more general situation, linear groups are studied, the fundamental theorem of projective geometry is generalized. Quadratic forms and the corresponding symmetric matrices, Hermitian forms are investigated over local and semilocal rings.

The problem of classification of quadratic forms and quadrics up to projective congruence and equivalence is the basic of quadratic form theory. Symmetric $(n \times n)$ -matrices A , B and corresponding quadratic forms are projective congruent if $kA = UBU^T$ for a matrix $U \in GL(n, R)$ and for some $k \in R^*$. In the case of $k = 1$ symmetric matrices A , B are called

congruent. The classification of quadrics is based on the enumeration of quadratic forms and corresponding matrices and is closely connected with the theory of quadratic form schemes of the basic rings of coefficients.

In this paper projective spaces over local ring $R = 2R$ with principal maximal ideal J , $1 + J \subseteq R^{*2}$, $R^*/R^{*2} = \{1, r, p, pr\}$ have been investigated. For elements $a = rR^{*2}$ and $b = sR^{*2}$ of the group R^*/R^{*2} we assume $D(a, b) = \{tR^{*2} \mid t \in (rR^{*2} + sR^{*2}) \cap R^*\}$. In each case $r \equiv -1 \pmod{R^{*2}}$, $D(1, 1) = \{1, r\}$, $D(1, r) = \{1, r, p, pr\}$, $D(1, p) = \{1, p\}$, $D(1, pr) = \{1, pr\}$ and $1 \equiv -1 \pmod{R^{*2}}$, $D(1, 1) = \{1, r, p, pr\}$, $D(1, r) = \{1, r\}$, $D(1, p) = \{1, p\}$, $D(1, pr) = \{1, pr\}$ (unique) normal form of congruent symmetric matrices over ring R is detected. A quantity of congruent and projective congruent symmetric matrix classes is found when maximal ideal is nilpotent.

Keywords: projective space, local ring, quadrics, projective congruence, quadratic form schemes.

Введение

Теории квадратичных форм и геометрических образов второго порядка в проективных пространствах достаточно хорошо разработаны в случае поля коэффициентов. При переходе от полей к алгебрам и кольцам коэффициентов в более общей ситуации изучаются линейные группы, обобщается основная теорема проективной геометрии [1]. Так, для модуля над любым локальным кольцом с обратимым элементом 2 «сильно невырожденные» симметричные формы (т.е. формы, соответствующие матрицы которых обратимы) допускают ортогональный базис [2]. Однако в случае кольца коэффициентов роль вырожденных форм существенно возрастает. Квадратичные формы и соответствующие им симметричные матрицы, эрмитовы формы исследуются над локальными и полулокальными кольцами [3–5].

Всюду в этой работе основное кольцо $R = 2R$ является ассоциативно-коммутативным; R^* – мультипликативная группа кольца R° ; R^{*2} – подгруппа квадратов. Проективное пространство RP_{n-1} над кольцом R определено в [6]. Квадрикой проективного пространства RP_{n-1} , ассоциированного со свободным R -модулем ранга n , называют проективное многообразие его точек R^*v , определенное уравнением $vAv^T = 0$ с ненулевой симметричной $(n \times n)$ -матрицей A над R . Симметричные $(n \times n)$ -матрицы A , B и соответствующие им квадрики называем проективно конгруэнтными, если существуют $k \in R^*$ и $U \in GL(n, R)$ такие, что $kA = UBU^T$. При $k = 1$ матрицы A и B называем конгруэнтными.

В этой работе исследуются проективные пространства над локальным кольцом $R = 2R$ с главным максимальным идеалом J , $1 + J \subseteq R^{*2}$, $R^*/R^{*2} = \{1, r, p, pr\}$. Для элементов $a = rR^{*2}$ и $b = sR^{*2}$ группы R^*/R^{*2} полагаем

$D(a, b) = \{tR^{*2} \mid t \in (rR^{*2} + sR^{*2}) \cap R^*\}$. В каждом из случаев $r \equiv -1 \pmod{R^{*2}}$, $D(1, 1) = \{1, r\}$, $D(1, r) = \{1, r, p, pr\}$, $D(1, p) = \{1, p\}$, $D(1, pr) = \{1, pr\}$ и $1 \equiv -1 \pmod{R^{*2}}$, $D(1, 1) = \{1, r, p, pr\}$, $D(1, r) = \{1, r\}$, $D(1, p) = \{1, p\}$, $D(1, pr) = \{1, pr\}$ выявлен (единственный) нормальный вид конгруэнтных симметричных матриц над кольцом R . Когда максимальный идеал является нильпотентным, найдено число классов конгруэнтных симметричных матриц. При тех же ограничениях определено число классов проективно конгруэнтных симметричных матриц.

Предварительные сведения

Классификация квадрик основывается на перечислении квадратичных форм и их матриц. В случае, когда R есть локальное кольцо с главным максимальным идеалом $J = \langle \varepsilon \rangle$, всякая симметричная матрица A над R конгруэнтна диагональной матрице $\text{diag}(k_1\varepsilon^{t_1}, k_2\varepsilon^{t_2}, \dots, k_r\varepsilon^{t_r}, 0, \dots, 0)$ с однозначно определенными показателями $0 \leq t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_r$, $\varepsilon^{t_r} \neq 0$ и $k_i \in R^*$ [6].

Задача перечисления квадрик и квадратичных форм тесно связана с теорией схем квадратичных форм (quadratic form schemes) основных колец коэффициентов [7]. Для элементов $a = rR^{*2}$ и $b = sR^{*2}$ группы $G = R^*/R^{*2}$ полагаем

$$D(a, b) = \{tR^{*2} \mid t \in (rR^{*2} + sR^{*2}) \cap R^*\}.$$

Группа $G = R^*/R^{*2}$ вместе с отображением $a \mapsto D(1, a)$ и элементом -1 называется схемой квадратичных форм поля R . Это понятие переносится и на кольца, в частности, схема квадратичных форм локального кольца R с главным максимальным идеалом J изоморфна схеме квадратичных форм поля R/J .

(Единственный) нормальный вид относительно конгруэнтности квадратичных форм (соответственно, симметричных матриц) над локальным кольцом $R = 2R$ с главным максимальным идеалом J , $1 + J \subseteq R^{*2}$ и схемой квадратичных форм порядка 2 выявлен в [6]. Там же найдено число классов проективно конгруэнтных квадратичных форм при условии нильпотентности максимального идеала [8]. Число классов проективно эквивалентных квадратиков найдено в [9].

Для схем квадратичных форм определены операции группового произведения и группового расширения. В [10, 11] показано, что если G_1 и G_2 реализуются как схемы квадратичных форм некоторых полей, то их групповое произведение – как схема поля. Если схема квадратичных форм G реализуется как схема поля F , то групповое расширение $G[t]$ – как схема поля $F((t))$ формальных степенных рядов над F .

Существуют три схемы квадратичных форм порядка 2, обозначаемые L_1 , $L_{1,1}$ и $L_{1,0}$. Они, соответственно, реализуются как схемы квадратичных форм поля действительных чисел и конечных полей F_p с условиями $p \equiv -1 \pmod{4}$ и $p \equiv 1 \pmod{4}$. Квадратичные схемы порядка 4 могут быть представлены как групповые произведения $L_1 \times L_{1,0}$, $L_{1,1} \times L_{1,0}$, $L_{1,0} \times L_{1,0}$ и групповые расширения $L_1[t]$, $L_{1,1}[t]$ и $L_{1,0}[t]$ соответствующих схем квадратичных форм порядка 2.

Для локального кольца $R = 2R$ с главным максимальным идеалом J , $1 + J \subseteq R^{*2}$ и схемами квадратичных форм $L_{1,1} \times L_{1,0}$ и $L_{1,0} \times L_{1,0}$ нормальный вид, а также при условии нильпотентности J число классов проективно конгруэнтных и проективно эквивалентных квадратиков выявлены в [9].

Нормальный вид симметричных матриц

Всюду далее $R = 2R$ – локальное кольцо с главным максимальным идеалом $J = \langle \varepsilon \rangle$, $1 + J \subseteq R^{*2}$, $|R^* : R^{*2}| = 4$.

Пусть $R^* / R^{*2} = \{1, r, p, pr\}$; $r \equiv -1 \pmod{R^{*2}}$; $D(1,1) = \{1, r\}$; $D(1,r) = \{1, r, p, pr\}$; $D(1,p) = \{1, p\}$; $D(1,pr) = \{1, pr\}$. Тогда схема квадратичных форм кольца R изоморфна $L_{1,1}[t]$.

Теорема 1. Всякая невырожденная симметричная матрица ранга 2 над кольцом R , схема квадра-

тичных форм которого изоморфна $L_{1,1}[t]$, конгруэнтна в точности одной из матриц

$$\text{diag}(1, \alpha), \text{diag}(r, p), \text{diag}(r, pr), \text{diag}(p, p), \quad (1)$$

где $\alpha \in \{1, r, p, pr\}$. Всякая невырожденная симметричная матрица ранга ≥ 3 конгруэнтна в точности одной из матриц $\begin{pmatrix} \mathbf{E} & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{A} \end{pmatrix}$, $\text{diag}(1, \dots, 1, r, p, p)$, где $\mathbf{A}$ – одна из семи матриц (1).

Доказательство. Согласно [6], над локальным кольцом $R = 2R$ с главным максимальным идеалом $J = \langle \varepsilon \rangle$, $1 + J \subseteq R^{*2}$ все симметричные матрицы диагонализиремы.

Рассмотрим все диагональные матрицы ранга 2 с точностью до порядка следования диагональных элементов из множества $\{1, r, p, pr\}$. Получаем десять матриц $\text{diag}(1,1)$, $\text{diag}(1,r)$, $\text{diag}(1,p)$, $\text{diag}(1,pr)$, $\text{diag}(r,r)$, $\text{diag}(r,p)$, $\text{diag}(r,pr)$, $\text{diag}(p,p)$, $\text{diag}(p,pr)$, $\text{diag}(pr,pr)$. Заметим, что матрицы $\text{diag}(a,ab)$ и $\text{diag}(ka,kab)$ конгруэнтны тогда и только тогда, когда $k \in D(1,b)$ [6, лемма 2.4]. Положим $b = 1$, $k = r$, $a \in \{1, p\}$. Из условия $r \in D(1,1)$ получаем конгруэнтность матриц $\text{diag}(1,1)$ и $\text{diag}(r,r)$, а также $\text{diag}(p,p)$ и $\text{diag}(pr,pr)$. При $b = r$, $k = p$, $a = 1$ из условия $p \in D(1,r)$ – конгруэнтность матриц $\text{diag}(1,r)$ и $\text{diag}(p,pr)$. Таким образом, осталось показать попарную неконгруэнтность матриц (1). Определители конгруэнтных матриц совпадают по модулю с R^{*2} . Но матрицы $\text{diag}(1,1)$ и $\text{diag}(p,p)$ неконгруэнтны, так как $p \notin D(1,1)$. Матрицы $\text{diag}(1,p)$ и $\text{diag}(r,pr)$ неконгруэнтны в силу условия $r \notin D(1,p)$. Аналогично матрицы $\text{diag}(1,pr)$ и $\text{diag}(r,p)$ неконгруэнтны в силу $r \notin D(1,pr)$.

Рассмотрим диагональную матрицу ранга ≥ 3 :

$$\text{diag} \left(\underbrace{1, \dots, 1}_{n_1}, \underbrace{r, \dots, r}_{n_r}, \underbrace{p, \dots, p}_{n_p}, \underbrace{pr, \dots, pr}_{n_{pr}} \right).$$

Используя конгруэнтность $\text{diag}(p,pr)$ и $\text{diag}(1,r)$, получим матрицу с условием $n_{pr} = 0$ или $n_p = 0$. Если $n_{pr} = 0$ и $n_p \geq 3$, то, используя конгруэнтность матриц $\text{diag}(p,p)$ и $\text{diag}(pr,pr)$, а также $\text{diag}(p,pr)$ и $\text{diag}(1,r)$, получаем матрицу с условием $n_{pr} = 0$, $n_p \leq 2$. В случае $n_p = 0$, $n_{pr} \geq 2$ поступаем аналогично. Кроме того, конгруэнтность матриц $\text{diag}(r,r)$ и $\text{diag}(1,1)$ дает условие $n_r \leq 1$. Таким образом, всякая

диагональная матрица ранга ≥ 3 конгруэнтна матрице $\text{diag}\left(\underbrace{1, \dots, 1}_{n_1}, \underbrace{r, \dots, r}_{n_r}, \underbrace{p, \dots, p}_{n_p}, \underbrace{pr, \dots, pr}_{n_{pr}}\right)$, удовлетворяющей условию $n_r \leq 1$. При этом $n_{pr} = 0$, $n_p \leq 2$ или $n_p = 0$, $n_{pr} \leq 1$.

Покажем, что никакие две из полученных восьми матриц не конгруэнтны. Достаточно рассмотреть матрицы, определители которых совпадают по модулю с R^{*2} . Неконгруэнтность матриц $\text{diag}(1, \dots, 1)$ и $\text{diag}(1, \dots, 1, p, p)$ вытекает из условия $p \notin D(1, 1)$. Действительно, полагая конгруэнтными матрицы $\text{diag}(1, \dots, 1)$ и $\text{diag}(1, \dots, 1, p, p)$, получаем конгруэнтность матриц $\text{diag}(1, 1)$ и $\text{diag}(p, p)$. Но тогда $p \in D(1, 1)$ [6, лемма 2.4], что противоречит условию теоремы. Аналогично условие $p \notin D(1, 1)$ влечет неконгруэнтность $\text{diag}(1, \dots, 1, r, r)$ и $\text{diag}(1, \dots, 1, r, p, p)$. Предположение конгруэнтности матриц $\text{diag}(1, \dots, 1, p)$ и $\text{diag}(1, \dots, 1, p, pr)$ противоречит условию $r \notin D(1, p)$. Матрицы $\text{diag}(1, \dots, 1, r, p)$ и $\text{diag}(1, \dots, 1, pr)$ неконгруэнтны в силу $r \notin D(1, pr)$. Теорема доказана.

Пусть $R^*/R^{*2} = \{1, r, p, pr\}$; $1 \equiv -1 \pmod{R^{*2}}$; $D(1, 1) = \{1, r, p, pr\}$; $D(1, r) = \{1, r\}$; $D(1, p) = \{1, p\}$; $D(1, pr) = \{1, pr\}$. Тогда схема квадратичных форм кольца R изоморфна $L_{1,0}[t]$.

Теорема 2. Всякая невырожденная симметричная матрица ранга 2 над кольцом R , схема квадратичных форм которого изоморфна $L_{1,0}[t]$, конгруэнтна в точности одной из матриц $\text{diag}(1, \alpha)$, $\text{diag}(r, p)$, $\text{diag}(r, pr)$, $\text{diag}(p, pr)$, (2) где $\alpha \in \{1, r, p, pr\}$. Всякая невырожденная симметричная матрица ранга ≥ 3 конгруэнтна в точности одной из матриц $\begin{pmatrix} \mathbf{E} & \mathbf{O} \\ \mathbf{O} & \mathbf{A} \end{pmatrix}$, $\text{diag}(1, \dots, 1, r, p, pr)$, где $\mathbf{A}$ — одна из семи матриц (2).

Доказательство. Из условия $D(1, 1) = \{1, r, p, pr\}$ следует попарная конгруэнтность матриц $\text{diag}(1, 1)$, $\text{diag}(r, r)$, $\text{diag}(p, p)$ и $\text{diag}(pr, pr)$. Поэтому всякая невырожденная симметричная матрица конгруэнтна $\text{diag}\left(\underbrace{1, \dots, 1}_{n_1}, \underbrace{r, \dots, r}_{n_r}, \underbrace{p, \dots, p}_{n_p}, \underbrace{pr, \dots, pr}_{n_{pr}}\right)$ диагональной матрице с условиями $n_r \leq 1$, $n_p \leq 1$, $n_{pr} \leq 1$.

Неконгруэнтность матриц $\text{diag}(1, \dots, 1, r)$ и $\text{diag}(1, \dots, 1, p, pr)$ вытекает из условия $p \notin D(1, r)$. Полагая конгруэнтными матрицы $\text{diag}(1, \dots, 1, p)$ и $\text{diag}(1, \dots, 1, r, pr)$ (соответственно, $\text{diag}(1, \dots, 1, pr)$ и $\text{diag}(1, \dots, 1, p)$), приходим к противоречию с условием $r \notin D(1, p)$ (соответственно, $r \notin D(1, pr)$).

Полагая конгруэнтными матрицы $\text{diag}(1, \dots, 1)$ и $\text{diag}(1, \dots, 1, r, p, pr)$, получаем конгруэнтность $\text{diag}(1, 1, 1)$ и $\text{diag}(r, p, pr)$, а затем $\text{diag}(1, r)$ и $\text{diag}(p, pr)$, что невозможно, так как $p \notin D(1, r)$. Теорема доказана.

Следствие. Пусть $R = 2R$ — локальное кольцо с главным максимальным идеалом $J = \langle \varepsilon \rangle$, $1 + J \subseteq R^{*2}$ и схемой квадратичных форм, изоморфной $L_{1,1}[t]$ или $L_{1,0}[t]$. Число попарно неконгруэнтных невырожденных симметричных матриц ранга m равно 4 ($m=1$), 7 ($m=2$), 8 ($m>2$).

Перечисление классов конгруэнтных и проективно конгруэнтных симметричных матриц

Теорема 3. Пусть $R = 2R$ — локальное кольцо с главным максимальным идеалом $J = \langle \varepsilon \rangle$ степени nilпотентности s , схема квадратичных форм которого изоморфна $L_{1,1}[t]$ или $L_{1,0}[t]$. Тогда число K классов ненулевых конгруэнтных симметричных $(n \times n)$ -матриц над кольцом R равно

$$\sum_{m=1}^n \min\{m, s\} \binom{s}{q}_{(m_1, \dots, m_q)} \sum_{j \in \Omega_q(m)} \prod_{j=1}^q k(m_j),$$

$$k(m_j) = \begin{cases} 4, & \text{если } m_j = 1; \\ 7, & \text{если } m_j = 2; \\ 8, & \text{если } m_j = 3. \end{cases}$$

Доказательство. Рассмотрим матрицу вида $\mathbf{A} = \text{diag}(\mathbf{A}_1 \varepsilon^{i_1}, \dots, \mathbf{A}_q \varepsilon^{i_q}, \mathbf{O})$, $0 \leq i_1 < \dots < i_q$, $\varepsilon^{i_q} \neq 0$, где матрицы $\mathbf{A}_j$ ($j=1, \dots, q$) приведены к нормальному виду, выявленному в теоремах 1 и 2 соответственно.

Обозначим число ненулевых элементов главной диагонали матрицы $\mathbf{A}$ через m . Ранги невырожденных матриц $\mathbf{A}_1, \dots, \mathbf{A}_q$ обозначим $m_1, \dots, m_q$ соответственно. Тогда $m_1 + \dots + m_q = m$ и $m_j > 0$ для всех j . Пусть $\Omega_q(m)$ — совокупность упорядоченных наборов $(m_1, \dots, m_q)$ целых чисел $m_j > 0$ с суммой m , $k(m_j)$ — число попарно неконгруэнтных матриц

ранга m_j . Тогда число классов ненулевых симметричных $(n \times n)$ -матриц над кольцом R равно
$$\sum_{m=1}^n \sum_{q=1}^{\min\{m,s\}} \binom{s}{q} \sum_{(m_1, \dots, m_q) \in \Omega_q(m)} \prod_{j=1}^q k(m_j).$$
 Следствие теорем 1, 2 завершает доказательство теоремы.

Пусть K – число классов конгруэнтных матриц, выявленное в теореме 3. Для $i = 1, 2$ положим

$$M_i = \sum_{m=1}^{\lfloor n/2 \rfloor} \sum_{q=1}^{\min\{m,s\}} \binom{s}{q} \sum_{(m_1, \dots, m_q) \in \Omega_q(m)} \prod_{j=1}^q p_i(m_j),$$

$$p_1(m_j) = \begin{cases} 1, & \text{если } m_j = 1, \\ 2, & \text{если } m_j > 1, \end{cases} \quad p_2(m_j) = \begin{cases} 3, & \text{если } m_j = 1, \\ 4, & \text{если } m_j > 1, \end{cases}$$

Теорема 4. Пусть $R = 2R$ – локальное кольцо с главным максимальным идеалом $J = \langle \varepsilon \rangle$ степени нильпотентности s , схема квадратичных форм которого изоморфна $L_{1,0}[t]$ или $L_{1,1}[t]$. Тогда число N классов ненулевых проективно конгруэнтных симметричных $(n \times n)$ -матриц над кольцом R равно
$$\frac{1}{4}(K - 3M_1 + 6M_2).$$

Доказательство. Условие нильпотентности главного максимального идеала даёт включение $1 + J \subseteq R^*$. Рассмотрим классы конгруэнтных симметричных матриц с точностью до проективной конгруэнтности. Матрица $A = \text{diag}(A_1 \varepsilon^{i_1}, \dots, A_q \varepsilon^{i_q}, O)$,

$0 \leq i_1 < \dots < i_q$, $\varepsilon^{i_q} \neq 0$, конгруэнтна матрице kA ($k \in R^*$) тогда и только тогда, когда для всех $j = 1, \dots, q$ конгруэнтны A_j и kA_j .

Пусть схема квадратичных форм кольца R изоморфна $L_{1,0}[t]$.

Невырожденная диагональная матрица A_j , приведенная к нормальному виду, конгруэнтна матрице kA_j при любом значении $k \in \{1, r, p, pr\}$ тогда и только тогда, когда она имеет четный ранг m_j и определитель, равный 1. При $m_j = 2$ получаем одну матрицу ($\text{diag}(1, 1)$), в случае $m_j > 2$ – две ($\text{diag}(1, \dots, 1)$ и $\text{diag}(1, \dots, 1, r, p, pr)$).

Обозначим через K_1 число классов конгруэнтных симметричных матриц, инвариантных относительно проективной конгруэнтности. Классы матриц с фиксированными A_j биективны наборам показателей $(i_1, i_2, \dots, i_q)$, число которых равно $\binom{s}{q}$. Ранги $m_1, \dots, m_q$ невырожденных матриц $A_1, \dots, A_q$

четны и $m_1 + \dots + m_q = m$, $m_j > 0$ для всех j . Как и в теореме 3, $\Omega_q(m)$ – совокупность упорядоченных наборов $(m_1, \dots, m_q)$ целых чисел $m_j > 0$ с суммой m , $p_1(m_j)$ – число представителей A_j ранга m_j , конгруэнтных kA_j при любом значении $k \in R^*$. Тогда
$$K_1 = M_1 = \sum_{m=1}^{\lfloor n/2 \rfloor} \sum_{q=1}^{\min\{m,s\}} \binom{s}{q} \sum_{(m_1, \dots, m_q) \in \Omega_q(m)} \prod_{j=1}^q p_1(m_j),$$
 где
$$p_1(m_j) = \begin{cases} 1, & \text{если } m_j = 1, \\ 2, & \text{если } m_j > 1. \end{cases}$$

Матрица A_j конгруэнтна матрице rA_j , но не конгруэнтна матрицам pA_j и prA_j , только если она имеет четный ранг и определитель, равный r . Этому условию при любом четном ранге удовлетворяют две матрицы: $\text{diag}(1, \dots, 1, r)$ и $\text{diag}(1, \dots, 1, p, pr)$. Аналогично A_j конгруэнтна матрице pA_j , но не rA_j и prA_j тогда и только тогда, когда A_j имеет четный ранг и определитель, равный p . Для любого четного ранга получаем две матрицы: $\text{diag}(1, \dots, 1, p)$ и $\text{diag}(1, \dots, 1, r, pr)$. Наконец, A_j конгруэнтна матрице prA_j , но не rA_j и pA_j при условии, что A_j имеет четный ранг и определитель, равный pr . В этом случае также получаем две матрицы: $\text{diag}(1, \dots, 1, pr)$ и $\text{diag}(1, \dots, 1, r, p)$.

Найдем число M_2 классов конгруэнтных матриц с представителем A , конгруэнтным kA при одном значении k из множества $\{r, p, pr\}$. Каждый такой класс характеризуется набором показателей $(i_1, i_2, \dots, i_q)$ для четного ранга невырожденных клеток A_j , при этом для ранга 2 матрица A_j имеет три возможных значения, если ранг больше двух – четыре. Отсюда

$$M_2 = \sum_{m=1}^{\lfloor n/2 \rfloor} \sum_{q=1}^{\min\{m,s\}} \binom{s}{q} \sum_{(m_1, \dots, m_q) \in \Omega_q(m)} \prod_{j=1}^q p_2(m_j),$$

$$p_2(m_j) = \begin{cases} 3, & \text{если } m_j = 1, \\ 4, & \text{если } m_j > 1. \end{cases}$$

Пусть матрица A конгруэнтна kA при одном и только при одном значении k из множества $\{r, p, pr\}$. Тогда классу проективно конгруэнтных матриц с представителем A соответствуют два класса конгруэнтных симметричных матриц. Обозначая через K_2 число таких проективно конгруэнтных матриц и учитывая, что k принимает одно из

трех возможных значений r, p, pr , получаем $K_2 = 3(M_2 - M_1)$.

Пусть N – число всех классов проективно конгруэнтных матриц, K_4 – число конгруэнтных классов с матрицей A , не конгруэнтной ни одной из матриц rA , pA и prA . Тогда $N = K_1 + K_2 + K_4$, причем $K_1 + 2K_2 + 4K_4 = K$. Получаем

$$N = \frac{1}{4}(4K_1 + 4K_2 + 4K_4) = \frac{1}{4}(K + 3K_1 + 2K_2).$$
 Учитывая, что $K_1 = M_1$ и $K_2 = 3(M_2 - M_1)$, получаем
$$N = \frac{1}{4}(K - 3M_1 + 6M_2).$$
 Для кольца со схемой квадратичных форм, изоморфной $L_{1,0}[t]$, утверждение доказано.

Рассмотрим локальное кольцо R , схема квадратичных форм которого изоморфна $L_{1,1}[t]$. Рассуждаем аналогично.

Выведем условия, при которых невырожденная диагональная матрица A_j , приведенная к нормальному виду, конгруэнтна матрице kA_j при любом значении $k \in \{r, p, pr\}$. Получаем: либо ранг m_j матрицы A_j равен 2 и ее определитель равен r , т.е. $A_j = \text{diag}(1, r)$, либо при четном ранге $m_j > 2$ определитель A_j равен 1; представителями являются две матрицы: $\text{diag}(1, \dots, 1)$ и $\text{diag}(1, \dots, 1, p, p)$. Как и выше, $K_1 = M_1$.

Пусть матрица A_j конгруэнтна матрице rA_j , но не конгруэнтна матрицам pA_j и prA_j . Тогда либо $m_j = 2$, $\det A_j = 1$ и представителями служат матрицы $\text{diag}(1, 1)$ и $\text{diag}(p, p)$; либо при четном ранге $m_j > 2$ определитель A_j равен r и представителями являются матрицы $\text{diag}(1, \dots, 1, r)$ и $\text{diag}(1, \dots, 1, r, p, p)$. Если A_j конгруэнтна матрице pA_j , но не rA_j и prA_j , то либо $m_j = 2$, $\det A_j = p$ (матрицы $\text{diag}(1, p)$ и $\text{diag}(r, pr)$), либо $m_j > 2$, $\det A_j = pr$, представителями являются матрицы $\text{diag}(1, \dots, 1, pr)$ и $\text{diag}(1, \dots, 1, r, p)$. Если A_j конгруэнтна матрице prA_j , но не rA_j и pA_j , то либо $m_j = 2$, $\det A_j = pr$ (матрицы $\text{diag}(1, pr)$ и $\text{diag}(r, p)$), либо $m_j > 2$, $\det A_j = p$ (матрицы $\text{diag}(1, \dots, 1, p)$ и $\text{diag}(1, \dots, 1, r, pr)$). Таким образом, как и в предыдущем случае, $K_2 = 3(M_2 - M_1)$. Теорема доказана.

Литература

1. Ojanguren M., Sridharan R. A note on the fundamental theorem of projective geometry // *Comment Math. Helv.* 1969. Vol. 44. P. 310–315.
2. Милнор Дж., Хьюзмоллер Д. Симметрические билинейные формы. М.: Наука, 1986. 176 с.
3. Yucas J.L. A classification theorem for quadratic forms over semilocal rings // *Ann. Math. Sil.* 1986. Vol. 2, № 14. P. 7–12.
4. Cao Yonglin, Szechtman F. Congruence of symmetric matrices over local rings // *Linear Algebra Appl.* 2009. Vol. 431, № 9. P. 1687–1690.
5. Cruickshank J., Quinlan R., Szechtman F. Hermitian and Skew Hermitian Forms Over Local Rings // *Linear Alg. Appl.* 2018. Vol. 551. P. 147–161.
6. Левчук В.М., Старикова О.А. Квадратичные формы проективных пространств над кольцами // *Мат. сб.* 2006. № 6. С. 97–110.
7. Marshall M. The elementary type conjecture in quadratic form theory // *Contemp. Math.* 2004. Vol. 344. P. 275–293.
8. Старикова О.А., Свистунова А.В. Перечисление квадратиков проективных пространств над локальными кольцами // *Изв. вузов. Математика.* 2011. № 12. С. 59–63.
9. Старикова О.А. Классы проективно эквивалентных квадратиков над локальными кольцами // *Дискрет. математика.* 2013. Вып. 25 (2). С. 91–103.
10. Kula M. Field with prescribed quadratic form schemes // *Math. Zeit.* 1979. Vol. 167. P. 201–212.
11. Kula M. Fields and quadratic form schemes // *Ann. Math. Sil.* 1985. Vol. 1 (13). P. 7–22.

References

1. Ojanguren M., Sridharan R. A note on the fundamental theorem of projective geometry. *Comment Math. Helv.* 1969, vol. 44, pp. 310–315.
2. Milnor Dzh., Kh'yuzmoller D. *Simmétricheskie bilineinye formy* [Symmetric bilinear forms]. Moscow: Nauka, 1986, 176 p.
3. Yucas J.L. A classification theorem for quadratic forms over semilocal rings. *Ann. Math. Sil.* 1986, vol. 2, No. 14, pp. 7–12.
4. Cao Yonglin, Szechtman F. Congruence of symmetric matrices over local rings. *Linear Algebra Appl.* 2009, vol. 431, No. 9, pp. 1687–1690.
5. Cruickshank J., Quinlan R., Szechtman F. Hermitian and Skew Hermitian Forms Over Local Rings. *Linear Alg. Appl.* 2018, vol. 551, pp. 147–161.
6. Levchuk V.M., Starikova O.A. Kvadratichnye formy proektivnykh prostranstv nad kol'tsami [Quadratic forms of projective spaces over rings]. *Mat. sb.* 2006, No. 6, pp. 97–110.

7. Marshall M. The elementary type conjecture in quadratic form theory. *Contemp. Math.* 2004, vol. 344, pp. 275-293.

8. Starikova O.A., Svistunova A.V. Perechislenie kvadrik proektivnykh prostranstv nad lokal'nymi kol'tsami [Enumeration of quadrics of projective spaces over local rings]. *Izv. vuzov. Matematika.* 2011, No. 12, pp. 59-63.

9. Starikova O.A. Klassy proektivno ekvivalentnykh kvadrik nad lokal'nymi kol'tsami [Classes of projective equivalent quadrics over local rings]. *Diskret. matematika.* 2013, iss. 25 (2), pp. 91-103.

10. Kula M. Field with prescribed quadratic form schemes. *Math. Zeit.* 1979, vol. 167, pp. 201-212.

11. Kula M. Fields and quadratic form schemes. *Ann. Math. Sil.* 1985, vol. 1 (13), pp. 7-22.

Поступила в редакцию / Received

25 июня 2019 г. / June 25, 2019

УДК 517.956.223

DOI 10.23683/0321-3005-2019-3-34-38

КРИТЕРИЙ БЕЗУСЛОВНОЙ РАЗРЕШИМОСТИ ДЛЯ ОДНОГО КЛАССА ГРАНИЧНЫХ ЗАДАЧ ТЕОРИИ БЕСКОНЕЧНО МАЛЫХ ИЗГИБАНИЙ ПОВЕРХНОСТЕЙ

© 2019 г. Е.В. Тюриков¹

¹Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону, Россия

THE CRITERION OF SOLVABILITY UNCONDITIONAL FOR A CLASS OF BOUNDARY VALUE PROBLEMS THE THEORY OF INFINITESIMAL BENDING OF SURFACES

E.V. Tyurikov

¹Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russia

Тюриков Евгений Владимирович – доктор физико-математических наук, профессор, кафедра математики, Донской государственный технический университет, пл. Гагарина, 1, г. Ростов-на-Дону, 344000, Россия, e-mail: etyurikov@hotmail.com

Evgenii V. Tyurikov - Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Department of Mathematics, Don State Technical University, Gagarina Sq., 1, Rostov-on-Don, 344000, Russia, e-mail: etyurikov@hotmail.com

Получен ряд результатов, относящихся к теории бесконечно малых изгибов регулярных выпуклых поверхностей, а также к мембранной теории выпуклых оболочек с кусочно-гладкой границей. Рассмотрены основная граничная задача И.Н. Векуа теории бесконечно малых изгибов и её статический аналог – задача о реализации безмоментного напряжённого состояния равновесия тонкой упругой оболочки, срединная поверхность которой есть внутренняя часть овалоида строго положительной гауссовой кривизны.

Развитие этой теории с помощью аппарата обобщённых аналитических функций требует расширенной постановки основной граничной задачи. Такая постановка даётся для оболочки с односвязной срединной поверхностью с применением специального граничного условия Римана – Гильберта. С использованием результатов автора о разрешимости задачи Римана – Гильберта для обобщённых аналитических функций с разрывным коэффициентом граничного условия найдены классы поверхностей, для которых индекс граничного условия вычисляется эффективно. Для таких поверхностей получены критерий безусловной разрешимости, а также достаточные условия квазикорректности основной граничной задачи в геометрической форме.

Ключевые слова: выпуклая оболочка, задача Римана – Гильберта, индекс граничного условия.

In this paper we obtain results related to the membrane theory of convex shells with piecewise smooth boundary of its median surface. Within this theory we study the problem of realisation of the momentless tense state of equilibrium of the thin elastic shell, the median surface of which is a part of an ovaloid of the strictly positive Gaussian curvature.

Development of this theory based on the usage of generalized analytic functions needs for extended statement of the basic boundary problem.

We provide such a further development for a shell with a simply connected median surface using the Riemann-Gilbert special boundary condition. In the paper we identify surface classes for which the index of the corresponding discontinuous boundary condition is efficiently calculated and find sufficient boundary conditions for quasi-correctness of the basic boundary problem in the geometric form.

Keywords: convex shell, Riman-Gilbert boundary problem, index of the boundary value condition.

Постановка задачи R

Пусть S – односвязная поверхность с кусочно-гладким краем $L = \bigcup_{j=1}^n L_j$ и угловыми точками p_i

($i = 1, \dots, n$), S – внутренняя часть поверхности строго положительной гауссовой кривизны класса регулярности $W^{3,r}$, $r > 2$, а каждая из гладких дуг L_j принадлежит классу $C^{1,\varepsilon}$, $0 < \varepsilon < 1$. Зададим на S

вдоль L кусочно-непрерывное векторное поле $\mathbf{r} = \{\alpha(s), \beta(s)\}$, допускающее разрывы первого рода в точках p_j , с касательной и нормальной составляющими $\alpha(s), \beta(s)$ ($\alpha^2 + \beta^2 = 1, \beta \geq 0$), где s – натуральный параметр, функции $\alpha(s), \beta(s)$ гёльдеровы на каждой из дуг L_j .

Введём обозначения: J – отображение поверхности S_0 на комплексную плоскость $z = x + iy$, заданное выбором сопряжённо изометрической параметризации (x, y) на S_0 ; $D = J(S)$ – ограниченная в комплексной плоскости z односвязная область с границей $\Gamma = \bigcup_{j=1}^n J(\Gamma_j)$ и угловыми точками $q_i = J(p_i)$. Рассмотрим следующую задачу (задача R): найти в области D комплекснозначное решение $w(z)$ уравнения (функцию изгибаний [1] поверхности S)

$$w_{\bar{z}}(z) - B(z)\bar{w}(z) = 0, \quad z \in D,$$

по заданному граничному условию Римана – Гильберта

$$\operatorname{Re}\{\lambda(\zeta)w(\zeta)\} = \gamma(\zeta), \quad (1)$$

где

$$\lambda(\zeta) = s(\zeta)[\beta(\zeta)t(\zeta) - \alpha(\zeta)s(\zeta)], \quad (2)$$

$s(\zeta) = s_1(\zeta) + is_2(\zeta), \quad t(\zeta) = t_1(\zeta) + it_2(\zeta);$
 $i^2 = -1; s_k (k = 1, 2)$ – координаты касательного к Γ орта в точке ζ ; $t_k (k = 1, 2)$ – координаты орта направления на плоскости, являющегося J -образом тангенциального направления на поверхности в точке $J^{-1}(\zeta)$; значения функций $\alpha(\zeta), \beta(\zeta)$ совпадают со значением функций α, β в соответствующей точке $s = J^{-1}(\zeta)$; функция $\gamma(\zeta)$ гёльдерова на каждой из дуг Γ_{ji} ; $w_{\bar{z}} = \frac{1}{2}(w_x + iw_y)$; $B(z)$ – заданная в области D функция класса $L_r(D)$, $r > 2$. При этом отыскиваются $W^{1,r}$ -регулярные в области D решения $w(z)$, непрерывно продолжимые на L , за исключением точек разрыва q_i , в окрестности которых имеет место оценка $|w(z)| < \text{const} \cdot |z - q_i|^{-\alpha_j}, 0 < \alpha_j < 1$.

Задача R при условиях гладкости границы L и непрерывности векторного поля $\mathbf{r}(M)$ точки $M \in L$ поставлена и исследована И.Н. Векуа в [2]. Случай кусочно-гладкой границы L и кусочно-непрерывных векторных полей $\mathbf{r}$ специального вида изучен автором в [3]. Для произвольных кусочно-непрерывных векторных полей и сферической поверхности S_0 задача R рассмотрена в [4]. Наибольший интерес с точки зрения приложений к мембранной теории оболочек представляет случай кусочно-непрерывных векторных полей, задающих непрерывное поле направлений вдоль L . Для таких полей построен [4] алгоритм нахождения индекса задачи R , реализация которого в случае произвольно заданной границы не позволяет получить эффективную формулу для его вычисления. При

некоторых дополнительных условиях на геометрию границы и поле направлений в окрестностях угловых точек эффективные формулы для индекса найдены в [5]. В настоящей работе такая формула получена для достаточно широкого класса границ и произвольного непрерывного поля направлений.

Задача R для симметрических куполов

Пусть p – какая-либо из угловых точек p_i границы L ; $\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2$ – главные направления на поверхности S в этой точке; k_1, k_2 – соответствующие им главные кривизны ($k_1 > k_2$); $\sigma^{(k)}$ ($k = 1, 2$) – предельные значения в точке s касательного к L вектора σ ; ν – величина внутреннего угла в точке p , заданного векторами $\mathbf{v}_1 = (-1)\sigma^{(1)}, \mathbf{v}_2 = \sigma^{(2)}$. Точку p назовём s -симметрической (или s -точкой), если направление биссектрисы внутреннего угла поверхности S в точке s совпадает с направлением $\mathbf{k}_s$ ($s = 1, 2$). Всюду ниже будем полагать, что поверхность S – симметрический купол (S -купол), т. е. каждая угловая точка p есть s -симметрическая ($s = 1$ или $s = 2$), причём $0 < \nu < \pi$ в этой точке.

Рассмотрим множество $\mathcal{L}$ всех непрерывных вдоль L направлений $\ell(M)$ на L , каждое из которых задано каким-либо кусочно-непрерывным векторным полем $\mathbf{r}(M)$. Очевидно, в этом случае односторонние пределы $\mathbf{r}_k(p)$ ($k = 1, 2$) вектор-функции $\mathbf{r}$ в точке p коллинеарны. В соответствии с [4] направление поля $\ell \in \mathcal{L}$ назовём *выходящим* в точке p ($\ell \in \mathcal{L}_p^{(\text{ex})}$), если $\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_2$, и *входящим* ($\ell \in \mathcal{L}_p^{(\text{ent})}$), если $\mathbf{r}_1 = -\mathbf{r}_2$. Ниже используются следующие обозначения: $P_s^{(2\nu)}$ – s -симметрическая угловая точка p с внутренним углом 2ν ($s = 1, 2; 0 < \nu < \frac{\pi}{2}$); $\gamma(\mathbf{a}, \mathbf{b})$ – угол между векторами $\mathbf{a}$ и $\mathbf{b}$.

Замечание 1. Главное направление k_s в точке p – *выходящее* (*входящее*) в точке $P_i^{(2\nu)}$, если $i = s$ ($i \neq s$); направление поля $\ell \in \mathcal{L}_p^{(\text{ex})}$ ($\ell \in \mathcal{L}_p^{(\text{ent})}$) в точке $P_s^{(2\nu)}$ тогда и только тогда, когда $0 \leq \leq \gamma(\ell, \mathbf{k}_s) < \nu$ ($\frac{\pi}{2} - \nu < \gamma(\ell, \mathbf{k}_s) < \frac{\pi}{2}$), где под углом $\gamma(\ell, \mathbf{k}_s)$ между направлениями ℓ и $\mathbf{k}_s$ в точке p понимается тот из двух смежных углов, величина которого не превосходит $\frac{\pi}{2}$.

Задачу R для симметрических куполов и поля направлений $\ell \in \mathcal{L}$ назовём задачей R^* . Для описания свойств граничного условия задачи R^* введём обозначения: $\tau^{(k)}$ ($k = 1, 2$) – односторонние пределы единичного вектора тангенциальной

нормали $\tau(M)$, направленного вне S ; $\mathbf{s}^{(1)}, \mathbf{s}^{(2)}$ ($\mathbf{t}^{(1)}, \mathbf{t}^{(2)}$) – левые и правые пределы векторного поля $J(\sigma(M))$ (поля $J(\tau(M))$) в точке $q = J(p)$; $a = \mathbf{s}_1 \mathbf{s}_2$; $b = \mathbf{s}_1 \mathbf{t}_2$; $c = \mathbf{s}_1 \mathbf{t}_1$; $\delta = \sqrt{\frac{k_2}{k_1}} (k_2 < k_1)$.

Свойство 1. Для точки $q = J(P_s^{(2\nu)})$ равенство $a = 0$ выполняется только в одном из следующих случаев: $s = 1, \nu = \arctg \delta^{-1}$ или $s = 2, \nu = \arctg \delta$.

Свойство 2. Если $s = 1$, то $b > 0, c > 0$, причём $a < 0$ для $0 < \nu < \arctg \delta^{-1}$ и $a > 0$ для $\arctg \delta^{-1} < \nu < \frac{\pi}{2}$; если $s = 2$, то $c < 0$, причём $a < 0, b > 0$ для $0 < \nu < \arctg \delta$, и $a > 0, b < 0$ для $\arctg \delta < \nu < \frac{\pi}{2}$.

Свойства 1, 2 следуют из сопряжённости направлений векторов $\sigma^{(i)}$ ($i = 1, 2$) в точках $P_1^{(2\nu)}, P_2^{(2\nu)}$ для $\nu = \arctg \delta^{-1}$ и $\nu = \arctg \delta$ соответственно и свойств. [1, гл. 2] отображения J .

Вычисление индекса задачи R^*

Перейдём к описанию особых (по Н.И. Мусхелишвили [6]) узлов $q_i = J(p_i)$ ($i = 1, \dots, n$) граничного условия (2). Для этого рассмотрим вектор-функцию $\rho = \{\rho_1(\zeta), \rho_2(\zeta)\}$, где $\rho_1(\zeta) + i\rho_2(\zeta) \equiv \beta(\zeta)t(\zeta) - \alpha(\zeta)s(\zeta)$, обозначив через $\rho_j^{(k)}$ ($k = 1, 2$) её левый и правый пределы в точке q_j . Пусть φ_j и ψ_j – величины углов между векторами пар $(\mathbf{s}_j^{(1)}, \mathbf{s}_j^{(2)})$ и $(\rho_j^{(1)}, \rho_j^{(2)})$ соответственно ($0 < \varphi_i < \pi, |\psi_j| < 2\pi$), правило выбора которых подробно изложено в [4]. Там же рассмотрен вопрос о вычислении индекса граничного условия вида (1) и получена формула для индекса κ в классе ограниченных решений

$$\kappa = -4 + \sum_{i=1}^n \kappa_i, \quad (3)$$

где $\kappa_i = \left[\frac{1}{\pi} (\varphi_i + \psi_i) \right]$; $[a]$ – целая часть числа a .

Для удобства изложения обозначим точку p_i и соответствующие ей величины $\rho_i^{(k)}$ ($k = 1, 2$), $\varphi_i, \psi_i, \kappa_i$ через $p, \rho^{(k)}$ ($k = 1, 2$); $\varphi, \psi, \kappa(q)$, где $q = J(p)$. Согласно [6], [7], особая точка q граничного условия (1) определяется равенством

$$\varphi + \psi = \pi m, \quad m \in \mathbb{Z}. \quad (4)$$

В соответствии с этим направление поля $\ell \in \mathcal{L}$ в точке p назовём особым для $P_s^{(\nu)}$ -точки, если соответствующая точка q есть *особый узел* (терминология Н.И. Мусхелишвили) задачи R^* . Учитывая структуру векторного поля $\rho(\zeta)$, на основании очевидных геометрических соображений заключаем, что для $0 < \nu < \pi$ возможные значения

m в равенстве (4) – значения 1 и 2 в случае $\ell \in \mathcal{L}_p^{(\text{ex})}$, значения 0 и 1 в случае $\ell \in \mathcal{L}_p^{(\text{ent})}$.

Лемма 1. Для любой угловой точки p и для каждого s, m ($s = 1, 2; m = 1, 2$) существуют точно два значения $\xi_{sm}^{(k)} \in (0, \frac{\pi}{2})$ ($k = 1, 2$), таких, что главное направление k_m в точке p есть особенное направление для s -точки $P_s^{(2\xi_k)}$ ($k = 1, 2$). При этом $0 < \xi_{sm}^{(1)} < \arctg \delta^{(-1)^s} < \xi_{sm}^{(2)} < \frac{\pi}{2}$.

Доказательство. Для определённости рассмотрим 2-симметрическую точку ($s = 2$). Пусть $\mathbf{i}, \mathbf{j}$ – пара единичных ортогональных векторов плоскости z с началом в точке q , заданных направлениями $J(\mathbf{k}_1), J(\mathbf{k}_2)$, $\nu_s = \gamma(\mathbf{i}, \mathbf{s}^{(2)})$, $\nu_t = \gamma(\mathbf{j}, \mathbf{t}^{(1)})$. В точке $P_s^{(2\nu)}$ зададим направление $\ell \in \mathcal{L}_q^{\text{ex}}$ вектором $\mathbf{r}(\theta) = \mathbf{r}_1(\theta) = \mathbf{r}_2(\theta)$, где

$$\mathbf{r}_1 = \cos(\theta + \nu) \sigma^{(1)} + \sin(\theta + \nu) \tau^{(1)},$$

$$\mathbf{r}_2 = -\cos(\nu - \theta) \sigma^{(2)} + \sin(\nu - \theta) \tau^{(2)},$$

$\tau^{(k)}$ ($k = 1, 2$) – односторонние пределы в точке p поля тангенциальной нормали $\tau(M)$; $\theta = \gamma(\mathbf{r}_1, k_2)$; $-\nu \leq \theta \leq \nu$. Тогда

$$\rho_1(\theta, \nu) = \sin(\theta + \nu) \mathbf{t}^{(1)} - \cos(\theta + \nu) \mathbf{s}^{(1)}, \quad (5)$$

$$\rho_2(\theta, \nu) = \sin(\nu - \theta) \mathbf{t}^{(2)} + \cos(\nu - \theta) \mathbf{s}^{(2)}.$$

Предположим, что $\nu \in (0, \arctg \delta)$. Если $\mathbf{k}_2$ – особенное направление, то в равенстве (4) следует положить $m = 2$, откуда $\gamma(\mathbf{s}_1, \rho_2) = \gamma(\mathbf{s}_2, \rho_1)$ или $\mathbf{s}^{(1)} \cdot \rho_2(0, \nu) = \mathbf{s}^{(2)} \cdot \rho_1(0, \nu)$. В силу (5)

$$\sin \nu \cdot \sin(\nu_s + \nu_t) = \cos \nu \cdot \cos 2\nu_s.$$

На основании известных свойств [1] отображения J это уравнение сводится к уравнению

$$(\delta + \delta^{-1})(\delta^2 t - 1)^{-1} = (1 + \delta^{-2} t)^{\frac{1}{2}} (1 + \delta^2 t)^{-\frac{1}{2}},$$

$$t = \text{ctg}^2 \nu. \quad (6)$$

Пусть теперь $\nu \in (\arctg \delta, \frac{\pi}{2})$. Если $\mathbf{k}_2$ – особенное направление, то $m = 1$ в равенстве (4), т.е. $\rho_2(0, \nu)$ и $\mathbf{s}^{(1)}$ коллинеарны, откуда с учётом свойств 1, 2 приходим к уравнению

$$\sin \nu \cdot \cos(\nu_s + \nu_t) = -\cos \nu \cdot \sin 2\nu_s,$$

или

$$t - 1 = 2\delta^2 (\delta^2 t + 1)^{\frac{1}{2}} (t + 1)^{-\frac{1}{2}}, \quad t = \text{tg}^2 \nu. \quad (7)$$

Пусть теперь ℓ совпадает с направлением $\mathbf{k}_1$. Используя эту же схему, для нахождения значений $\xi_{21}^{(1)}, \xi_{21}^{(2)}$ получаем уравнения

$$\cos \nu \cdot \cos(\nu_s + \nu_t) = \sin \nu \cdot \sin 2\nu_s,$$

$$\cos \nu \cdot \sin(\nu_s + \nu_t) = -\sin \nu \cdot \cos 2\nu_s$$

и, соответственно, уравнения

$$(2\delta)^{-1} (t - 1) = (1 + \delta^{-2} t)^{\frac{1}{2}} (1 + \delta t)^{-\frac{1}{2}},$$

$$t = \text{ctg}^2 \nu, \quad (8)$$

$$(\delta^2 + 1)^{-1} (t - \delta^2) = (1 + \delta^2 t)^{-\frac{1}{2}} (t + \delta^2)^{\frac{1}{2}},$$

$$t = \text{tg}^2 \nu.$$

Графический анализ каждого из уравнений (6)–(8) завершает доказательство для $s = 2$. Случай $s = 1$, т. е. нахождение значений $\xi_{11}^{(k)}, \xi_{12}^{(k)}$ ($k = 1, 2$), приводит к четырём уравнениям, полученным из уравнений (6)–(8) заменой δ на δ^{-1} .

Следствие 1. На поверхности S определены функции $t_{sm}^{(k)}(P)$ ($s = 1, 2; m = 1, 2; k = 1, 2$) точки $P \in S$, задающие значение величин внутренних углов в s -точке, для которых главное направление k_m – особенное.

Рассмотрим функцию $\chi(\theta, \nu)$, вполне определённую точкой $P_s^{(2\nu)}$ ($s = 1, 2$) и направлением поля $\ell \in \mathcal{L}_p^{(\text{ex})}$:

$$\chi(\theta, \nu) \equiv \varphi(\nu) + \psi(\theta, \nu),$$

где $\varphi \equiv \varphi(\nu)$, $\psi \equiv \psi(\theta, \nu)$ совпадают с величинами φ_i, ψ_i соответственно, заданными в точке $q = J(p)$ равенством (3), причём $|\theta| \leq \nu$ ($|\theta| < \frac{\pi}{2} - \nu$), если $\ell \in \mathcal{L}_p^{(\text{ex})}$ ($\ell \in \mathcal{L}_p^{(\text{ent})}$). Обозначим $\chi(0, \nu) \equiv \chi_\nu$.

Прямое следствие леммы 1 является

Утверждение 1. Пусть в точке $P_s^{(2\nu)}$ направление ℓ совпадает с k_m . Для $s = m$ имеем $2\pi < \chi < 3\pi$, если $0 < \nu < t_{sm}^{(1)}(p)$; $\pi < \chi_\nu < 2\pi$, если $t_{sm}^{(1)} < \nu < t_{sm}^{(2)}$; $0 < \chi_\nu < \pi$, если $t_{sm}^{(2)} < \nu < \frac{\pi}{2}$. Если же $s \neq m$, то каждое из неравенств для χ_ν следует заменить неравенством $\pi < \chi_\nu < 2\pi$, $0 < \chi_\nu < \pi$, $-\pi < \chi_\nu < 0$ соответственно.

Имеет место

Утверждение 2. Направление ℓ в точке p , отличное от главного направления k_s ($s = 1, 2$), для любой из точек $P_m^{(2\nu)}$ ($m = 1, 2; 0 < \nu < \frac{\pi}{2}$) не является особенным.

Справедливость этого утверждения в частном случае ($s = m = 2$) установлена в [5]. Для рассмотрения любого из оставшихся случаев ($s, m = 1, 2, s \neq m$) достаточно использовать схему [5] и свойства 1, 2 граничного условия (1).

Введём классификацию узлов задачи R^* . Для этого s -симметрическую точку $P_s^{(\nu)}$ ($s = 1, 2, 0 < \nu < \pi$) назовём p_{ss} -узлом, если $\ell \in \mathcal{L}_p^{(\text{ex})}$, и p_{sm} -узлом ($s \neq m$), если $\ell \in \mathcal{L}_p^{(\text{ent})}$. Каждый из узлов задачи R^* отнесём к r -типу ($r = 1, 2, 3$) по правилу: $r = 1$, если $0 < \nu \leq 2t_{sk}^{(1)}$; $r = 2$, если $2t_{sk}^{(1)} < \nu \leq 2t_{sk}^{(2)}$; $r = 3$, если $2t_{sk}^{(2)} < \nu < \pi$. Здесь $t_{sm}^{(k)}$ – значения функций $t_{sm}^{(k)}(P)$ в точке p .

Теорема 1. Пусть $N_r^{(\text{ex})} (N_r^{(\text{ent})})$ – число p_{ss} -узлов (p_{sm} -узлов, $s \neq m$) r -типа ($r = 1, 2, 3$) задачи R^* . Тогда индекс κ задачи R^* в классе ограниченных решений вычисляется по формуле

$$\kappa = \sum_{r=1}^3 \left((3-r)N_r^{(\text{ex})} + (2-r)N_r^{(\text{ent})} \right) - 4.$$

Теорема 1 следует из формулы (3) и утверждений 1, 2. Следствием теоремы 1 и результатов [7] является

Теорема 2. Задача R^* безусловно разрешима тогда и только тогда, когда

$$\sum_{r=1}^3 \left((3-r)N_r^{(\text{exp})} + (2-r)N_r^{(\text{ent})} \right) \geq 3.$$

Приложения к мембранной теории выпуклых оболочек

Рассмотрим задачу T о реализации безмоментного напряжённого состояния тонкой упругой оболочки, срединная поверхность которой есть поверхность S^* . Предполагается границе L задана проекция вектора усилий на направление поля $\ell \in \mathcal{L}$, а в каждой её угловой точке выполняется условие концентрации напряжений (терминология А.Л. Гольденвейзера [8]).

Согласно [1], задача T сводится к отысканию решений задачи Римана – Гильберта (1), (2) для обобщённых аналитических функций, допускающих «интегрируемую бесконечность» в угловых точках. Так как в этом случае [6] «вклад» каждого неособенного узла в формулу для индекса следует увеличить на единицу, то

$$\kappa = -4 + \sum_{r=1}^3 \left((4-r)N_r^{(\text{exp})} + (3-r)N_r^{(\text{ent})} \right). \quad (9)$$

Следствием формулы (9) является

Теорема 3. Если число n угловых точек p_i границы с внутренними углами ν_i не меньше трёх, $\nu_i \neq 2t_{ss}^{(k)}(p_i)$ ($k = 1, 2; s = 1, 2$) и $\ell \in \mathcal{L}_{p_i}^{(\text{ex})}$, то задача T безусловно разрешима.

Литература

1. Векуа И.Н. Обобщённые аналитические функции. М.: Физматлит, 1959. 512 с.
2. Векуа И.Н. Системы дифференциальных уравнений первого порядка эллиптического типа и граничные задачи с применением к теории оболочек // Мат. сб. 1952. Т. 31, № 2. С. 217–314.
3. Тюриков Е.В. Геометрический аналог задачи Векуа – Гольденвейзера // Докл. РАН. 2009. Т. 424, № 4. С. 445–458.
4. Тюриков Е.В. Об одном классе граничных задач мембранной теории выпуклых оболочек // Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Естеств. науки. 2012. № 3. С. 18–24.
5. Тюриков Е.В. Граничная задача мембранной теории выпуклых оболочек для одного класса симметрических куполов // Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Естеств. науки. 2018. № 1. С. 7–12.
6. Мухелишвили Н.И. Сингулярные интегральные уравнения. М.: Физматлит, 1968. 511 с.

7. Тюриков Е.В. Краевые задачи теории бесконечно малых изгибаний поверхностей // Мат. сб. 1977. Т. 7, № 3. С. 445–462.

8. Гольденвейзер А.Л. Теория упругих тонких оболочек. М., 1976. 512 с.

References

1. Vekua I.N. *Obobshchennye analiticheskie funktsii* [Generalized analytical functions]. Moscow: Fizmatlit, 1959, 512 p.

2. Vekua I.N. *Sistemy differentsial'nykh uravnenii pervogo poryadka ellipticheskogo tipa i granichnye zadachi s primeneniem k teorii obolochek* [Systems of first order differential equations of elliptic type and boundary value problems with application to shell theory]. *Mat. sb.* 1952, vol. 31, No. 2, pp. 217-314.

3. Tyurikov E.V. Geometricheskii analog zadachi Vekua – Gol'denveizera [Geometric analogue of the Vekua-Goldenweiser problem]. *Dokl. RAN.* 2009, vol. 424, No. 4, pp. 445-458.

4. Tyurikov E.V. Ob odnom klasse granichnykh zadach membrannoi teorii vypuklykh obolochek [On a class of boundary value problems in the membrane theory of convex hulls]. *Izv. vuzov. Sev.-Kavk. region. Estestv. nauki.* 2012, No. 3, pp. 18-24.

5. Tyurikov E.V. Granichnaya zadacha membrannoi teorii vypuklykh obolochek dlya odnogo klassa simmetricheskikh kupolov [Boundary value problem of the membrane theory of convex hulls for a class of symmetric domes]. *Izv. vuzov. Sev.-Kavk. region. Estestv. nauki.* 2018, No. 1, pp. 7-12.

6. Muskhelishvili N.I. *Singulyarnye integral'nye uravneniya* [Singular integral equations]. Moscow: Fizmatlit, 1968, 511 p.

7. Tyurikov E.V. Kraevye zadachi teorii beskonечно malykh izgibanii poverkhnostei [Boundary value problems of the theory of infinitesimal bending of surfaces]. *Mat. sb.* 1977, vol. 7, No. 3, pp. 445-462.

8. Gol'denveizer A.L. *Teoriya uprugikh tonkikh obolochek* [Theory of elastic thin shells]. Moscow, 1976, 512 p.

НАУКИ О ЗЕМЛЕ SCIENCES OF EARTH

УДК 504.06:613.1/9

DOI 10.23683/0321-3005-2019-3-39-44

АСПЕКТЫ ЗАГРЯЗНЕНИЯ АТМОСФЕРНОГО ВОЗДУХА РОСТОВА-НА-ДОНУ (НА ПРИМЕРЕ ПЕРИОДА ВРЕМЕНИ С 2015 ПО 2017 Г.)

© 2019 г. *Е.С. Андреева¹, П.В. Климов¹, С.С. Андреев², Т.А. Ларина³, И.Н. Липовицкая⁴*

¹Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону, Россия,

²Ростовский институт защиты предпринимателя, Ростов-на-Дону, Россия,

³Северо-Кавказское управление по гидрометеорологии и мониторингу окружающей среды, Ростов-на-Дону, Россия,

⁴Ивангородский гуманитарно-технический институт (филиал) Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения, Ивангород, Россия

ASPECTS OF AIR POLLUTION IN ROSTOV-ON-DON (FOR EXAMPLE THE TIME PERIOD FROM 2015 TO 2017)

E.S. Andreeva¹, P.V. Klimov¹, S.S. Andreev², T.A. Larina³, I.N. Lipovitskaya⁴

¹Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russia,

²Rostov Institute of Protection of the Entrepreneur, Rostov-on-Don, Russia,

³North Caucasus Department of Hydrometeorology and Environmental Monitoring, Rostov-on-Don, Russia,

⁴Ivangorod Humanitarian and Technical Institute (branch) St. Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, Ivangorod, Russia

Андреева Елена Сергеевна – доктор географических наук, доцент, профессор, кафедра безопасности жизнедеятельности и защиты окружающей среды, Донской государственный технический университет, пл. Гагарина, 1, г. Ростов-на-Дону, 344000, Россия, e-mail: espmeteo@yandex.ru

Elena S. Andreeva - Doctor of Geography, Associate Professor, Professor, Department of Life Safety and Environmental Protection, Don State Technical University, Gagarina Sq., 1, Rostov-on-Don, 344000, Russia, e-mail: espmeteo@yandex.ru

Климов Петр Валерьевич – кандидат биологических наук, доцент, кафедра безопасности жизнедеятельности и защиты окружающей среды, Донской государственный технический университет, пл. Гагарина, 1, г. Ростов-на-Дону, 344000, Россия, e-mail: pvk05@inbox.ru

Ppyotr V. Klimov - Candidate of Biological Sciences, Associate Professor, Department of Life Safety and Environmental Protection, Don State Technical University, Gagarina Sq., 1, Rostov-on-Don, 344000, Russia, e-mail: pvk05@inbox.ru

Андреев Сергей Сергеевич – доктор географических наук, профессор, кафедра гуманитарных и социально-экономических дисциплин, Ростовский институт защиты предпринимателя, ул. Сержантова, 2/104, г. Ростов-на-Дону, 344029, Россия, e-mail: rggmurd@yandex.ru

Sergey S. Andreev - Doctor of Geography, Professor, Department of Humanitarian and Socio-Economic Disciplines, Rostov Institute of Protection of the Entrepreneur, Serzhantova St., 2/104, Rostov-on-Don, 344029, Russia, e-mail: rggmurd@yandex.ru

Ларина Татьяна Александровна – заместитель начальника, Северо-Кавказское управление по гидрометеорологии и мониторингу окружающей среды, ул. Ереванская, 1/7, г. Ростов-на-Дону, 344025, Россия, e-mail: skugms@yugmeteo.donpac.ru

Tatyana A. Larina - Deputy Chief, North Caucasus Department of Hydrometeorology and Environmental Monitoring, Erevanskaya St., 1/7, Rostov-on-Don, 344025, Russia, e-mail: skugms@yugmeteo.donpac.ru

Липовицкая Ирина Николаевна - кандидат географических наук, доцент, кафедра социально-экономических наук и внешнеэкономической деятельности, Ивангородский гуманитарно-технический институт (филиал) Санкт-Петербургского государственного университета аэрокосмического приборостроения, ул. Котовского, 1, г. Ивангород, 188490, Россия, e-mail: lipovitskaya@mail.ru

Irina N. Lipovitsckaya - Candidate of Geography, Associate Professor, Department of Socio-Economic Sciences and Foreign Economic Activity, Ivangorod Humanitarian and Technical Institute (branch) St. Petersburg State University of Aerospace Instrumentation, Kotovskogo St., 1, Ivangorod, 188490, Russia, e-mail: lipovitskaya@mail.ru

Рассмотрены особенности формирования уровня загрязнения атмосферного воздуха на примере города Ростова-на-Дону. В основу работы положен анализ среднегодовых и максимальных концентраций загрязняющих веществ в атмосферном воздухе, а также метеорологических характеристик, предоставленных ФГБУ «Северо-Кавказское управление по гидрометеорологии и мониторингу окружающей среды» за 2015–2017 гг. Установлено, что высокие концентрации ряда антропогенных примесей, в том числе канцерогенного характера, содержащихся в выбросах автотранспорта, в сочетании с метеорологическими условиями и характером городской застройки в своей совокупности приводят к интенсивному росту уровня загрязнения воздушного бассейна Ростова-на-Дону. Концентрации большинства загрязняющих веществ существенно превышены в центральной части города. При этом наибольшей потенциальной угрозой для здоровья населения обладают выбросы диоксида азота, негативное воздействие которого на состояние дыхательных путей и иммунитет населения доказано по данным Всемирной организации здравоохранения, а возможные канцерогенные свойства в настоящее время являются предметом дискуссий. Высокая сезонная динамика уровня загрязнения атмосферы наблюдалась в жилом массиве, расположенном в северной части города.

Ключевые слова: загрязнение атмосферного воздуха, концентрация загрязняющих веществ, токсичные вещества, заболеваемость населения, урбанизированная среда, экологическая ситуация, здоровье населения, метеорологические условия, инверсии температуры.

The article is devoted to the study of the features of the formation of the level of air pollution on the example of the city of Rostov-on-Don. The work was based on the analysis of average and maximum concentrations of pollutants in the air of Rostov-on-Don, as well as meteorological characteristics provided by the Federal State Budgetary Institution „North Caucasus Department for Hydrometeorology and Environmental Monitoring” for 2015–2017. As a result of the conducted researches it is received that high concentrations of a number of anthropogenic impurity, including carcinogenic character contained in emissions of motor transport in combination with meteorological conditions and character of city building in the aggregate lead to intensive growth of level of pollution of the air basin of the city of Rostov-on-Don. The concentrations of most pollutants are significantly exceeded in the Central part of the city. At the same time, the greatest potential threat to public health is nitrogen dioxide emissions, the negative impact of which on the respiratory tract and the immunity of the population has been proved according to the world health organization, and possible carcinogenic properties are currently under discussion. High seasonal fluctuation of the level of air pollution was observed in a residential area located in the Northern part of the city.

Keywords: air pollution, concentration of pollutants, toxic substances, morbidity, urban environment, environmental situation, public health, meteorological characteristics, temperature inversions.

Введение

Приземный слой воздуха урбанизированных территорий, включая промышленные зоны, к которым, безусловно, можно отнести крупный город-миллионник Юга России – Ростов-на-Дону, характеризуется сложным набором загрязняющих веществ органического и неорганического происхождения, содержащим, кроме прочего, пылевые частицы и аэрозоли. Как известно, воздействие, которое обуславливают указанные выше компоненты загрязненного нижнего слоя воздуха урбанизированных сред, весьма различно, что во многом обеспечивается химическими особенностями и временем пребывания данных веществ в воздухе, а также физическими характеристиками собственно приземного слоя воздуха и прилегающей к нему части

подстилающей поверхности, подвергшейся антропогенным преобразованиям [1, 2]. Совершенно очевидно, что изменения химических и физических параметров нижнего слоя атмосферы урбанизированных сред оказывают весьма сложное по своим проявлениям и крайне негативное влияние на состояние здоровья населения [3]. В частности, присутствие в атмосферном воздухе токсичных веществ и аэрозолей ведет к росту заболеваемости и, как следствие, к возрастанию уровня смертности жителей городов, обуславливая значительный экономический ущерб для того или иного государства [4].

В Российской Федерации из 15 крупных городов-миллионников Ростов-на-Дону занимает 10-е место по числу жителей (на 2018 г. – 1 130 305 чел.). Население 44 городов, или 12 % городского насе-

ления России, проживает в условиях высокого и очень высокого уровня загрязнения атмосферного воздуха. Указанная ситуация, безусловно, усугубляется еще и тем обстоятельством, что каждый год неуклонно растет площадь новых жилых микрорайонов, особенно в крупных городах, построенных без учета направлений и скоростей ветровых потоков, что не способствует рассеиванию антропогенных примесей. По этой и другим причинам мероприятий, направленных на реконструкцию городской территории, решение проблем автотранспортных потоков, а также реструктуризацию старых и строительство новых промышленных предприятий, должны учитывать природные особенности рассеивания или аккумуляции антропогенных примесей, попадающих в воздушную среду городов. Стоит также подчеркнуть, что во многом оценка антропогенного загрязнения приземного слоя воздуха крупного города, каким является, в частности, Ростов-на-Дону, является актуальной задачей экологических исследований, включая данную статью.

Материалы и методы

Для характеристики загрязнения атмосферного воздуха были проанализированы данные об антропогенных выбросах загрязняющих веществ за 2012–2016 гг. [5]. Рассчитывался индекс сравнительной опасности выбросов [4]. Оценивались среднегодовые и максимальные концентрации загрязняющих веществ в атмосферном воздухе и метеорологические характеристики по данным Северо-Кавказского управления по гидрометеорологии и мониторингу окружающей среды за 2015–2017 гг. [6]. В качестве основных показателей загрязнения атмосферы использовались кратность превышения ПДК и комплексный показатель P .

Результаты исследования

Интенсивное промышленное развитие города и рост численности населения привели к формированию вокруг городского центра промышленных зон

и селитебных жилых массивов. Особенно сложная экологическая ситуация сложилась в городском центре, где интенсивные автотранспортные потоки сочетаются с высокой плотностью застройки [7, 8] и недостаточным количеством зеленых насаждений и парковых зон. Средняя численность населения города на 2018 г. составляет 1 130 305 чел.

Особенностью метеорологических условий Ростова-на-Дону является преобладание в течение года ситуаций, не способствующих рассеиванию антропогенных примесей в нижнем слое воздуха. К последним можно отнести частое стационарирование антициклонических барических образований и инверсионного распределения температуры воздуха [9]. Так, в летний период года преобладают приземные инверсии температуры, а в зимний – приподнятые. В частности, в 2016–2017 гг. повторяемость приземных инверсий составила зимой 38,3 %, весной – 48,5, летом – 57,7, осенью – 46,3 %; в свою очередь, повторяемость приподнятых определялась следующими значениями: зимой – 55,7, весной – 40, летом – 37,5, осенью – 46,8 %. Кроме того, преобладающий в условиях Ростова-на-Дону восточный перенос масс воздуха способствовал формированию сухой воздушной среды, что также неблагоприятно для самоочищения нижних слоев воздуха.

За период 2012–2016 гг. суммарная масса антропогенных примесей, поступивших в атмосферу Ростова-на-Дону, превысила 75,8 тыс. т/год, в том числе количество оксида углерода, диоксида азота, диоксида серы, твердых частиц составило 65,9; 8,4; 0,7; 0,8 тыс. т/год соответственно (табл. 1).

Основным источником загрязнения воздушной среды Ростова-на-Дону в настоящее время, как известно, является автотранспорт, вклад которого за период 2012–2016 гг. в суммарные антропогенные выбросы составил 87,3 %, в выбросы оксида углерода – 95,6, диоксида азота – 73,6, диоксида серы – 46,2 %.

В результате предварительного ранжирования загрязняющих веществ установлено, что наибольшей потенциальной угрозой для здоровья населения являются выбросы диоксида азота.

Таблица 1

Выбросы ряда загрязняющих веществ в атмосферный воздух Ростова-на-Дону /
Emissions of some pollutants into the Rostov-on-Don atmosphere

Вещество	Выбросы, тыс. т/год	Индекс сравнительной опасности выбросов	Вклад вещества в суммарный индекс опасности выбросов, %
Твердые частицы	0,8	93 635,6	7,9
Диоксид серы	0,7	72 456,1	6,2
Диоксид азота	8,4	938 585,5	79,7
Оксид углерода	65,9	73 503,9	6,2
Всего	75,8	1 178 181,1	100,0

Для оценки пространственных особенностей уровня загрязнения атмосферного воздуха Ростова-на-Дону условно были выбраны три части городской территории, обозначенные как районы I, II и III, отличающиеся спецификой антропогенной деятельности (наличие или отсутствие промышленных предприятий, жилые кварталы и проч.) (рисунок). Анализировалось загрязнение части городского центра, включающей пересечение автомагистралей с насыщенным движением (район I); территории, расположенной к востоку, северо-востоку от городского центра и приближенной к промышленной зоне с предприятиями машиностроения и металлообработки (район II); а также собственно селитебной территории, расположенной в Северном жилом массиве Ростова-на-Дону (район III).

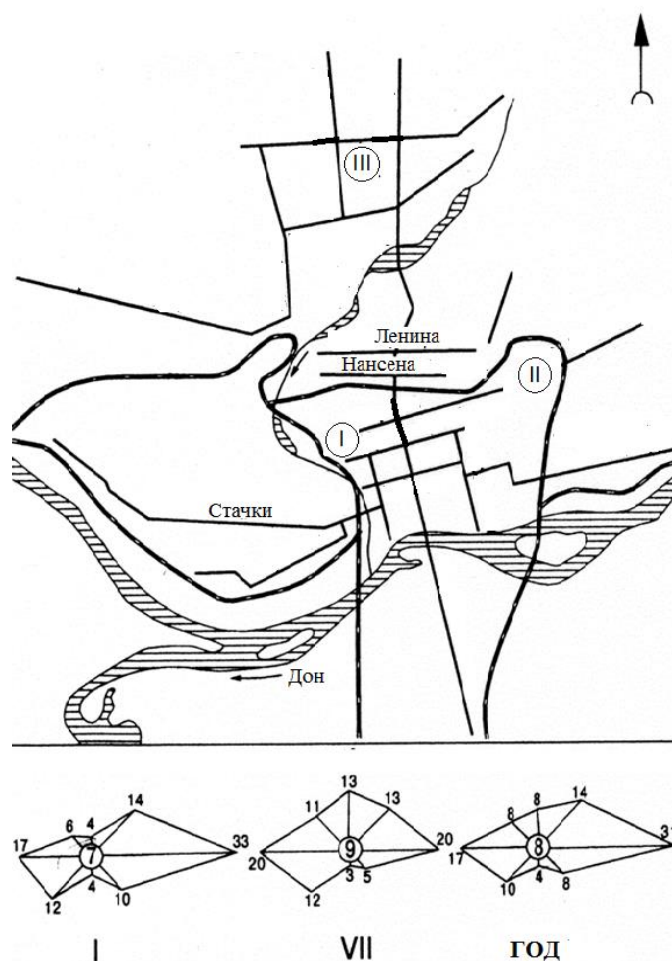
В описанных выше районах расположены посты мониторинга загрязнения атмосферного воздуха Федеральной службы России по гидрометеорологии и мониторингу окружающей среды с наибольшим количеством учитываемых атмосферных примесей.

Как видно из данных табл. 2, средние за 2015–2017 гг. концентрации практически всех антропогенных примесей (взвешенные вещества, диоксид серы, оксид углерода, диоксид азота), содержащихся в атмосферном воздухе районов I и II или III превышали среднесуточную ПДК. В соответствии с этим уровень загрязнения Ростова-на-Дону оценивается как «вызывающий опасение».

Средние из максимальных концентраций указанных выше примесей также превышали максимально разовую ПДК в 5,1–1,3 раза (при движении от района I к району III соответственно).

Комплексный показатель P , рассчитанный по среднегодовым концентрациям атмосферных примесей, находился в пределах от 3,8 до 2,5 (от рай-

она I к району III соответственно). Значения показателя P , установленные по максимальным концентрациям, колебались от 24,5 до 15,6.



Схематическая карта местности, выбранной для расчета зон загрязнения воздуха, Ростов-на-Дону / Schematic map of the location chosen for the calculation of air pollution areas, Rostov-on-Don

Таблица 2

Средние за период наблюдения (2015–2017 гг.) концентрации загрязняющих веществ в атмосферном воздухе Ростова-на-Дону (в кратностях превышения среднесуточной ПДК) и показатель P / Average for the period of observation (2015–2017) concentrations of pollutants in the atmospheric air of Rostov-on-Don (in multiplicities of excess of the average daily MPC) and P

Вещество, балл	Районы города, выбранные для оценки загрязнения атмосферного воздуха		
	I	II	III
Взвешенные вещества	2,6	1,7	0,9
Диоксид серы	0,8	0,07	0,04
Оксид углерода	0,9	0,7	0,7
Диоксид азота	1,7	1,04	0,7
Показатель P	3,8	2,3	2,5

Анализ сезонности распределения концентраций загрязняющих веществ в атмосферном воздухе города за описываемый период времени показал наличие физически объяснимого повышения концентраций оксидов азота, углерода и серы в примесях за холодный период года из-за возрастания доли сжигания топлива в валовых выбросах. В теплый период из-за особенностей метеорологических условий в пределах города наблюдалось повышение концентраций взвешенных частиц и их доли в общем уровне загрязнения приземного слоя воздуха.

Оценка сезонности уровня загрязнения атмосферного воздуха проводилась по комплексному показателю P (табл. 3).

Таблица 3

Значения комплексного показателя P , определенные по среднемесячным концентрациям атмосферных примесей, баллы / The values of the complex index P , determined by the average monthly concentrations of atmospheric impurities, points

Время года	Районы города, выбранные для оценки загрязнения атмосферного воздуха		
	I	II	III
Зима	3,1	1,9	1,5
Весна	5,4	2,4	2,3
Лето	3,5	2,7	4,5
Осень	3,5	2,5	2,5

Согласно данным табл. 3, наиболее высокий уровень загрязнения атмосферного воздуха в районе I наблюдался зимой, весной и осенью, в районе III – летом, что объясняется снижением транспортной нагрузки на город в это время, а также особенностями подстилающей поверхности района III.

Таким образом, интенсивная автотранспортная нагрузка в сочетании с метеорологическими условиями, не способствующими рассеиванию примесей (стабилизация антициклонов, инверсии температуры), приводит к повышению уровня загрязнения атмосферного воздуха города, вызывающего опасение для здоровья населения. Особенно неблагоприятная ситуация складывается в центральной части города. Анализ полученных результатов исследования позволил получить следующие выводы.

Выводы

1. Концентрации загрязняющих веществ в пределах г. Ростова-на-Дону изменялись в зависимости от района, при этом наиболее высокий уровень загрязнения атмосферного воздуха, оцениваемый как «вызывающий опасение», зафиксирован в городском центре.

2. Анализ результатов предварительного ранжирования загрязняющих веществ позволил установить, что наибольшей потенциальной угрозой для здоровья населения обладают выбросы диоксида азота, негативное воздействие которого на состояние дыхательных путей и иммунитет населения доказано по данным Всемирной организации здравоохранения, а возможные канцерогенные свойства в настоящее время являются предметом дискуссий.

3. Характер загрязнения атмосферного воздуха г. Ростова-на-Дону варьирует в зависимости от сезона года. В летний период года в числе антропогенных примесей преобладают взвешенные вещества; в зимний период года чаще превышения над значениями ПДК фиксировались в отношении диоксида азота, серы, оксида углерода. Уровень загрязнения атмосферного воздуха, оцененный с помощью комплексного показателя P , в зимний период года был существенно выше, чем летом.

Литература

1. Лазарева Е.О., Попова Е.С. Особенности пространственно-временной динамики антропогенных примесей воздуха г. Санкт-Петербурга за период времени с 1980 по 2012 г. (на примере оксида углерода, диоксида азота, взвешенных веществ) // Учен. записки Российского гос. гидрометеорол. ун-та. 2014. № 37. С. 204–215.
2. Лазарева Е.О., Липовицкая И.Н., Андреева Е.С. Инновационные подходы к прогнозированию уровня загрязнения атмосферного воздуха крупных городов // Инноватика и экспертиза. 2017. № 2 (20). С. 46–50.
3. Андреева Е.С., Лазарева Е.О., Липовицкая И.Н. Применение метода «дерева принятия решений» для прогнозирования уровня загрязнения атмосферного воздуха г. Санкт-Петербург // Вестн. Моск. ун-та. География. 2019. № 2. С. 55–60.
4. Р 2.1.10.1920-04. Руководство по оценке риска для здоровья населения при воздействии химических веществ, загрязняющих окружающую среду. М.: Роспотребнадзор, 2004. 143 с.
5. Ежегодники состояния загрязнения атмосферы в городах на территории России за период с 2012 по 2016 г. / ГГО им. А.И. Воейкова. URL: http://vovkovmgo.ru/index.php?option=com_content&view=article&id=40:perechen-materialov-izdannykh-ggo&catid=41&Itemid=24&lang=ru (дата обращения: 05.02.2019).
6. Архивы срочных и ежемесячных данных постов сети мониторинга состояния атмосферного воздуха Северо-Кавказского управления по гидрометеорологии и мониторингу окружающей среды за 2015–2017 годы.
7. Андреев С.С., Попова Е.С. Оценка климатической комфортности прибрежной территории на примере города Туапсе // Вестн. Санкт-Петербургского ун-та. География. 2015. № 4. С. 145–150.

8. Андреев С.С., Андреева Е.С. Биоклиматическая характеристика Ростовской области по индексу патогенности метеорологической ситуации // Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Естеств. науки. 2003. № 9. С. 67.

9. Андреев С.С., Попова Е.С. Колебания средне-годовой температуры воздуха по данным г. Махачкала/Уйташ в 1992–2015 гг. // Успехи совр. естествозна-ния. 2017. № 5. С. 72–77.

References

1. Lazareva E.O., Popova E.S. Osobennosti prost-
ranstvenno-vremennoi dinamiki antropogennykh
primesei vozdukha g. Sankt-Peterburga za period vremeni
s 1980 po 2012 g. (na primere oksida ugleroda, dioksida
azota, vzveshennykh veshchestv) [Features of spatial and
temporal dynamics of anthropogenic air impurities in St.
Petersburg for the period from 1980 to 2012 (on the ex-
ample of carbon monoxide, nitrogen dioxide, suspended
solids)]. *Uchen. zap. Rossiiskogo gos. gidrometeorol. un-
ta.* 2014, No. 37, pp. 204-215.

2. Lazareva E.O., Lipovitskaya I.N., Andreeva E.S.
Innovatsionnye podkhody k prognozirovaniyu urovnya
zagryazneniya atmosfernogo vozdukha krupnykh go-
rodov [Innovative approaches to forecasting the level of
air pollution in large cities]. *Innovatika i ekspertiza.* 2017,
No. 2 (20), pp. 46-50.

3. Andreeva E.S., Lazareva E.O., Lipovitskaya I.N.
Primenenie metoda «dereva prinyatiya reshenii» dlya
prognozirovaniya urovnya zagryazneniya atmosfernogo
vozdukha g. Sankt-Peterburg [Application of the method
of “decision tree” to predict the level of air pollution in
Saint-Petersburg, Russia]. *Vestn. Mosk. un-ta. Seriya 5.
Geografiya.* 2019, No. 2, pp. 55-60.

4. R 2.1.10.1920-04. Rukovodstvo po otsenke riska
dlya zdorov'ya naseleniya pri vozdeistvii khimicheskikh

veshchestv, zagryaznyayushchikh okruzhayushchuyu
sredu [Guidelines for the assessment of public health risks
from exposure to chemicals that pollute the environment].
Moscow: Rospotrebnadzor, 2004, 143 p.

5. *Ezhegodniki sostoyaniya zagryazneniya atmosfery
v gorodakh na territorii Rossii za period s 2012 po 2016
g.* [Yearbooks of the state of air pollution in cities in Rus-
sia for the period from 2012 to 2016] / Voeikov GGO.
Available at: [http:// voeikovmgo.ru/index.php?option=
com_ content&view=article&id=40:perechen-materialov-
izdannyykh-ggo&catid=41<emid=24&lang=ru](http://voeikovmgo.ru/index.php?option=com_content&view=article&id=40:perechen-materialov-izdannyykh-ggo&catid=41&emid=24&lang=ru) (accessed
05.02.2019).

6. *Arkhivy srochnykh i ezhemesyachnykh dannykh
postov seti monitoringa sostoyaniya atmosfernogo vozdu-
kha Severo-Kavkazskogo upravleniya po gidrometeor-
ologii i monitoringu okruzhayushchei sredy za 2015–
2017 gody* [Archives of urgent and monthly data from the
atmospheric monitoring network of the North Caucasus
Hydrometeorology and Environmental Monitoring Direc-
torate for 2015-2017].

7. Andreev S.S., Popova E.S. Otsenka klimaticheskoi
komfortnosti pribrezhnoi territorii na primere goroda
Tuapse [Assessment of climatic comfort of the coastal
area on the example of the city of Tuapse]. *Vestn. Sankt-
Peterburgskogo un-ta. Seriya 7. Geologiya. Geografiya.*
2015, No. 4, pp. 145-150.

8. Andreev S.S., Andreeva E.S. Bioklimaticheskaya
kharakteristika Rostovskoi oblasti po indeksu patogennos-
ti meteorologicheskoi situatsii [Bioclimatic characteristics
of the Rostov region according to the index of patho-
genicity of the meteorological situation]. *Izv. vuzov. Sev.-
Kavk. region. Estestv. nauki.* 2003, No. 9, p. 67.

9. Andreev S.S., Popova E.S. Kolebaniya srednegodovoi
temperatury vozdukha po dannym g. Makhachkala/Uytash v
1992 – 2015 gg. [Fluctuations of average annual air tempera-
ture according to Makhachkala/Uytash in 1992-2015].
Uspekhi sovr. estestvoznaniya. 2017, No. 5, pp. 72-77.

УДК 556.555.6

DOI 10.23683/0321-3005-2019-3-45-54

ТРАНСФОРМАЦИЯ КРАСНОДАРСКОГО ВОДОХРАНИЛИЩА (1941–2018 гг.)

© 2019 г. А.А. Лагута¹, А.В. Погорелов²

¹Территориальный центр мониторинга и прогнозирования чрезвычайных ситуаций
природного и техногенного характера, Краснодар, Россия,

²Кубанский государственный университет, Краснодар, Россия

THE TRANSFORMATION OF THE KRASNODAR RESERVOIR (1941-2018)

A.A. Laguta¹, A.V. Pogorelov²

¹Territorial Center for Monitoring and Forecasting Emergency Situations
of Natural and Technogenic Character, Krasnodar, Russia,

²Kuban State University, Krasnodar, Russia

Лагута Андрей Александрович – главный специалист, отдел наблюдательной сети, Территориальный центр мониторинга и прогнозирования чрезвычайных ситуаций природного и техногенного характера, ул. Рашиповская, 179/1, г. Краснодар, 350020, Россия, e-mail: alaguta@icloud.com

Andrey A. Laguta - Main Specialist, Department of Observation Network, Territorial Center for Monitoring and Forecasting Emergency Situations of Natural and Technogenic Character, Rashpilevskaya St., 179/1, Krasnodar, 350020, Russia, e-mail: alaguta@icloud.com,

Погорелов Анатолий Валерьевич – доктор географических наук, профессор, заведующий кафедрой геоинформатики, Кубанский государственный университет, ул. Ставропольская, 149, г. Краснодар, 350040, Россия, e-mail: pogorelov_av@bk.ru

Anatoly V. Pogorelov - Doctor of Geography, Professor, Head of the Department of Geoinformatics, Kuban State University, Stavropolskaya St., 149, Krasnodar, 350040, Russia, e-mail: pogorelov_av@bk.ru

Рассмотрена трансформация Краснодарского водохранилища со времени создания Тицикского водохранилища (1941–2018 гг.). По данным топографических карт, спутниковых снимков Landsat (1974–2018 гг.) и полевых наблюдений (2016–2019 гг.) выделено четыре этапа преобразования водохранилища. Ключевой фактор трансформации – формирование дельт впадающих рек: Кубани, Белой, Пишиша, Псекупса. Каждому из выделенных этапов на фоне постепенного сокращения площади и объема водохранилища свойственны особенности дельтоформирования рек с образованием генетически однородных участков дельтовых областей. Дельты формируются под влиянием сезонного переменного подпора, приводящего к образованию двух выраженных дельтовых областей – верхней и нижней. За период эксплуатации водохранилища дельта Кубани выдвинулась на 32,4 км, отторгнув у водоема площадь 35,4 км². Суммарная площадь дельтовых областей, разделивших водохранилище на две автономные чаши, составила к 2018 г. 85,9 км², т.е. 21 % от проектной площади зеркала. Происходящая трансформация Краснодарского водохранилища (по существу – деградация) сопровождается уменьшением его регулируемого объема и, как следствие, действенности противопаводковой функции.

Ключевые слова: Краснодарское водохранилище, спутниковые снимки, анализ, трансформация, твердый сток, дельтоформирование, дельты выполнения, дельты выдвигения, картометрические показатели.

The transformation of the Krasnodar Reservoir since the creation of the Tshchik Reservoir (1941-2018) is considered in this article. According to the data of topographic maps, satellite images of Landsat (1974-2019) and field observations (2016-2018), four stages of reservoir transformation have been identified. The key factor of transformation is the formation of deltas of the flowing rivers: Kuban, Belaya, Pshish, Psekups. Each of the selected stages against the background of a gradual reduction in the area and volume of the reservoir is characterized by the characteristics of river delta formation with the formation of genetically homogeneous sections of the delta areas. Deltas are formed under the influence of seasonal variable backwater, leading to the formation of two distinct delta areas - the upper and lower. For the period of operation of the reservoir, the Kuban delta moved to 32.4 km, having torn off an area of 35.4 km² from the reservoir. The total area of the delta regions that divided the reservoir into two autonomous bowls was 85.9 km², i.e. 21 % of the design area of the mirror. The ongoing transformation of the Krasnodar Reservoir (essentially, degradation) is accompanied by a decrease in its regulated volume and, as a consequence, the effectiveness of the flood control function.

Keywords: Krasnodar Reservoir, satellite imagery, analysis, transformation, sediment runoff, delta formation, estuarine deltas, advanced deltas, cartometric parameters.

Постановка проблемы. Исходные материалы

Краснодарское водохранилище, расположенное в нижнем течении р. Кубани между станицей Ворожежской и Краснодаром, – самый большой на Северном Кавказе искусственный водоем. Введено в эксплуатацию в 1973 г. В это русловое водохранилище, кроме р. Кубани, впадают левые ее притоки: Белая, Шиши, Марта, Апчас, Шундук, Псекупс. При вводе в эксплуатацию оно имело площадь зеркала около 400 км², длину 46 км, ширину до 8–11 км, среднюю глубину 5,9 м, максимальную глубину до 24,7 м, полезный объем воды 2,2 км³ при полной емкости около 3 км³ [1]. Основные функции Краснодарского водохранилища: орошение 215 тыс. га рисовых систем; защита от наводнения 600 тыс. га земель при пропуске паводка с расходами до 1500 м³/с [2]. Именно благодаря водохранилищу удается избегать наводнений в нижнем течении Кубани в ситуациях с обильными осадками и высоким снеговым покровом [3].

Вместе с тем, наряду с изменением базиса эрозии выше плотины, искусственный водоем трансформирует сток воды и наносов в сезонном и многолетнем плане [4]. В результате в ходе эксплуатации водохранилища существенно изменились его начальные эксплуатационные характеристики (уменьшились площадь зеркала, полезный объем, средние глубины и т.п.) [5]. В устьях впадающих в водоем рек, имеющих весьма высокие показатели мутности [1], был запущен процесс интенсивного дельтоформирования. Оценкам состояния и анализу тенденций трансформации Краснодарского водохранилища посвящено ограниченное количество научных публикаций [5–7]. Наблюдаемые изменения водохранилища (по сути – деградация) при всей его хозяйственной значимости заслуживают детального количественного анализа.

Анализ многолетних и внутригодовых преобразований конфигурации водоема выполнен нами по данным спутниковых снимков Landsat (1974–2018 гг.) [8], топографических карт 1940–1942 гг. и полевых наблюдений 2016–2019 гг. При этом взаимодействие водохранилища с впадающими реками может быть представлено определенными этапами трансформации со свойственными этим этапам геоморфологическими процессами, изменениями морфометрических характеристик и соответствующими признаками деградации водоема. Этапная трансформация водоема сопровождается, прежде всего, изменениями размеров дельт впадающих рек и формированием участков разного генезиса.

Для корректного анализа многолетних изменений по материалам съемок учитывался текущий

уровень водоема. Так, каждому из 376 используемых спутниковых снимков присвоен атрибут «уровень» по данным на 8:00 [9].

Результаты анализа

Строение и этапная трансформация Краснодарского водохранилища тесно увязаны с геоморфологическими особенностями долины р. Кубани на исследуемом участке (рис. 1). Главным фактором, влияющим на изменение морфометрических показателей водоема, является дельтоформирование основных впадающих в него рек – Кубани и Белой. Речные дельты принято делить на две большие группы [10, 11]: а) дельты выполнения (заполнения) заливов, эстуариев и т.п.; б) дельты выдвижения (выдвинутые дельты), формирующиеся в открытом приемном водоеме. Развитие устьевых областей рек имеет свою стадийность [12]. В основе выделяемых нами этапов трансформации Краснодарского водохранилища – стадии дельтоформирования рек приемного водоема, которые оказывают решающее воздействие на преобразование водохранилища. Так, дельта р. Белой начала свое формирование в Тщикском водохранилище; в дальнейшем река впадала непосредственно в Краснодарское водохранилище, а в настоящее время является притоком р. Кубани, что привело к существенному изменению вещественного баланса в дельте основной реки.

Внутри анализируемого периода 1941–2018 гг. нами выделено 4 этапа, включая время существования Тщикского водохранилища:

1. Первый этап (1941–1975 гг.): ведущее обстоятельство трансформации – формирование дельты выдвижения р. Белой в Тщикском водохранилище.

2. Второй этап (1975–1992 гг.): формирование дельты выполнения р. Кубанью верхней части Краснодарского водохранилища между Усть-Лабинском и станицей Васюринской при нормальном подпорном уровне (далее – НПУ) 33,65 м в Балтийской системе высот (далее – БС); прекращение к концу этапа регулируемого водообмена между Тщикским и Краснодарским водохранилищами в результате развития дельты выдвижения р. Белой.

3. Третий этап (1993–2004 гг.): развитие дельты выдвижения р. Белой в двух водоемах с разными уровневными режимами (Краснодарском водохранилище и отделившемся Тщикском водоеме) в условиях НПУ, равного 32,75 м БС.

4. Четвертый этап (2005 г. – настоящее время): р. Белая впадает в Кубань; начало формирования дельты выдвижения Кубани в открытую акваторию; отмирание в течение этапа дельты выдвижения р. Белой в Краснодарском водохранилище.

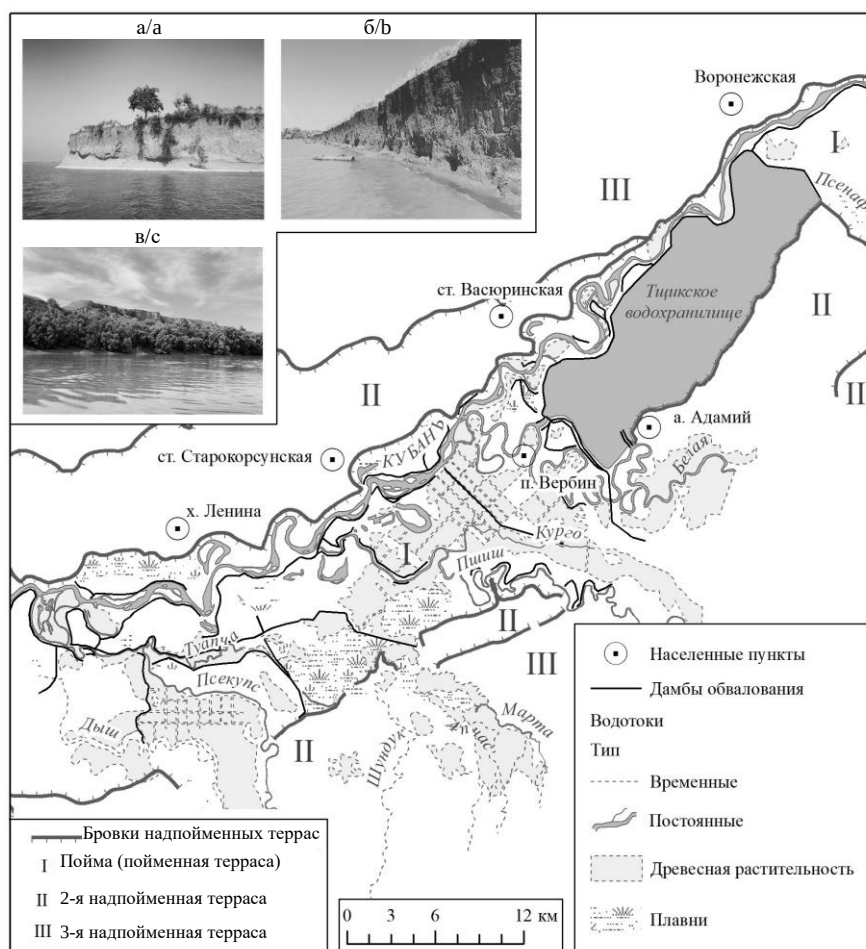


Рис. 1. Долина р. Кубани в районе Тщикского водохранилища после его ввода в эксплуатацию в 1941 г. Геоморфологическая ситуация: а – волноприбойный клиф, созданный на бровке 2-й надпойменной правобережной террасы; восточная окраина х. Ленина; б – волноприбойный клиф, созданный на бровке 2-й надпойменной левобережной террасы в междуречье р. Псекупс и балки Гацкан; в – бровка 3-й надпойменной правобережной террасы у ст. Воронежской / Fig. 1. The Kuban river's valley near the Tshchik Reservoir after its commissioning in 1941. Geomorphological situation: a - the wave-cut cliff, created on the edge of the 2nd right-bank floodplain terrace; Lenina village east margin; b - the wave-cut cliff, created on the edge of the 2nd left-bank floodplain terrace in interfluvium of the Psekups river and Gatskan narrow; c - the edge of the 3rd right-bank floodplain terrace at the Voronezhskaya village

Первый этап (1941–1975 гг.). Тщикское водохранилище, впоследствии включенное в границы Краснодарского водохранилища, построено в 1941 г. и при вводе в эксплуатацию имело длину до 16,6 км и ширину до 5,2 км (рис. 1). Юго-восточный берег водоема окаймляется бровкой кубанской левобережной террасы, а северо-западный, западный и восточный – обвалованы. Длина дамбы 32,4 км, высота 3,5–7,5 м [6]. Северо-западный продольный участок дамбы отделил созданный водоем непосредственно от русла Кубани, сузив пойму реки на своем протяжении до ширины 0,5–1,5 км. Приток воды в Тщикское водохранилище обеспечивался перенаправленным в образованный водоем ниже аула Адамы руслом Белой. Сброс был организован по каналу в старое русло Белой в районе существо-

вавшего поселка Вербин. Одновременно с вводом хозяйственного объекта в эксплуатацию началось формирование дельты выдвижения впадающей в водоем реки. Для понимания механизмов трансформации важно, что ко времени ввода в эксплуатацию Краснодарского водохранилища и включения в его границы Тщикского водохранилища дельта Белой уже интенсивно формировалась в течение тридцати с лишним лет.

Второй этап (1975–1992 гг.). Заполнение чаши Краснодарского водохранилища началось в ноябре 1972 г., но достижение уровней слияния с Тщикским водохранилищем произошло в 1975 г. Проектная отметка НПУ (33,65 м БС) была достигнута в 1977 г. При этой отметке уровни воды в р. Кубани обеспечиваются подпором от водо-

хранилища, прослеживающимся на 17,8 км выше по течению от створа ст. Воронежской. Подпор вызывает снижение уклона водной поверхности, скоростей течения реки и, как следствие, транспортирующей способности водотока, что влечет за собой повышение отметок русла и заиливание верхнего участка акватории водохранилища. В результате отложения взвешенных наносов, соответствующих скоростям течения, началось формирование дельты выполнения Кубани. На интенсив-

ность ее развития на этом этапе повлияли сравнительно небольшая площадь и ширина водной поверхности над руслом Кубани, ограниченной правобережной надпойменной террасой, дамбой Тшицкого водохранилища и обвалованием в районе аула Хатукай (рис. 2). К концу этапа река в плане практически восстановила свое русло до ст. Васюринской, но при этом в ходе заиливания значительно повысила отметки дна русла и поймы, существовавшие до затопления.

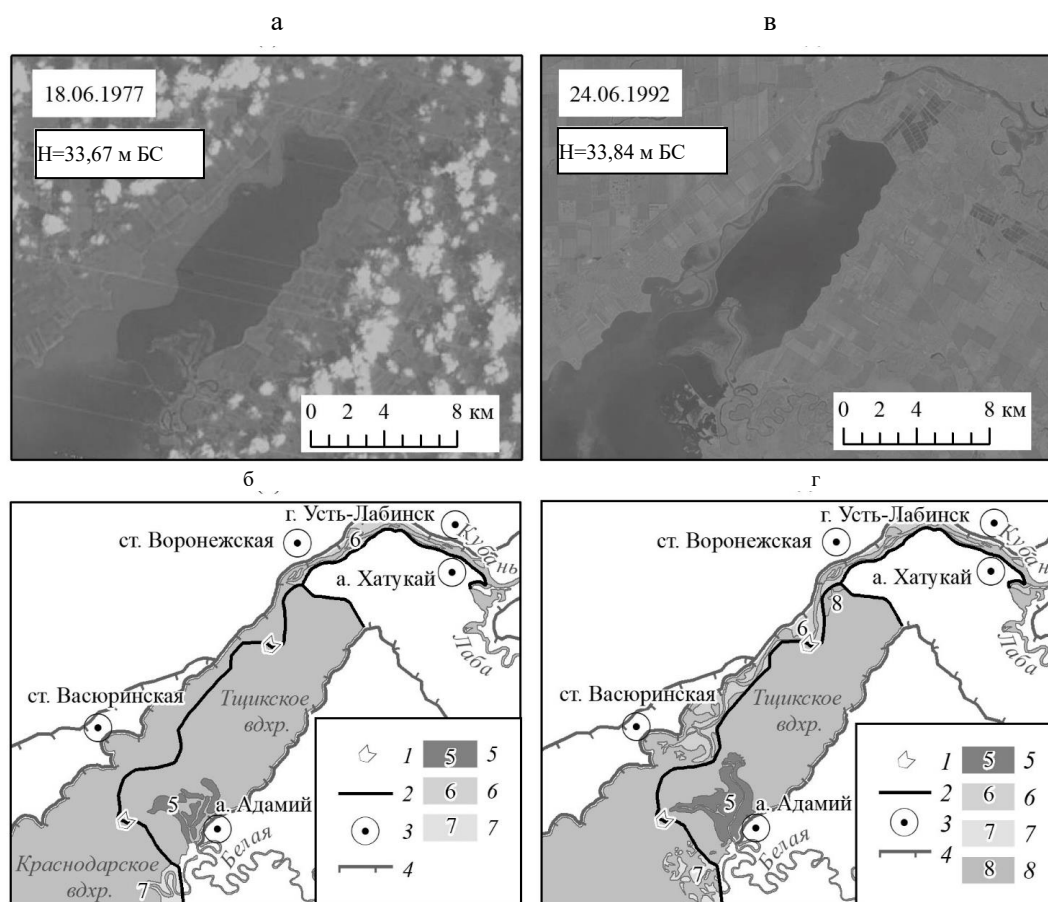


Рис. 2. Динамика устьевых областей рек в системе Краснодарского водохранилища в 1975–1992 гг.:

1 – сбросное сооружение и шлюз в дамбе Тшицкого водохранилища; 2 – дамба Тшицкого водохранилища; 3 – населенные пункты; 4 – бровки надпойменных террас; 5 – дельта выдвижения р. Белой в Тшицкое водохранилище; 6 – дельта выполнения эстуарного залива р. Кубани; 7 – прирусловые валы старого русла р. Белой; 8 – участки зарастания мелководья Тшицкого водохранилища / Fig. 2. The dynamics of the river mouth areas in the Krasnodar Reservoir's system in 1975-1992: 1 - the regulating structure and the sluice in the dam of the Tshchik Reservoir; 2 - the dam of the Tshchik Reservoir; 3 - settlements; 4 - the edges of the floodplain terraces; 5 - the advanced delta of the Belaya river in the Tshchik Reservoir; 6 - the estuarine delta of the Kuban river; 7 - the natural levees of the old (abandoned) Belaya's riverbed; 8 - the areas of the eutrophication of shallow water in the Tshchik Reservoir

Несмотря на объединение, Краснодарское и Тшицкое водохранилища на протяжении всей совместной эксплуатации были разделены дамбой (рис. 2), имея при этом сообщение через сбросное сооружение и шлюзы в северной части Тшицкого

водохранилища. При ежегодной сработке нижнего водоема происходило отчленение верхнего. Водные массы в этих водоемах не имели совместной естественной циркуляции и единого поля скоростей. На протяжении этого этапа дамба препятствовала попа-

данию большей части твердого стока р. Белой в Краснодарское водохранилище, локализуя отложение наносов в Тщикском. К 1988–1989 гг. дельта выдвижения Белой вплотную приблизилась к дамбе и практически отчленила восточную часть водоема вместе со сбросным сооружением. Один из рукавов дельты достиг непосредственно сбросного сооружения, повысив отметки дна перед ним и сделав невозможным сброс воды из Тщикского водохранилища в Краснодарское через шлюзы. В дельте про-

изошла русловая бифуркация: основное русло свернуло на запад вдоль дамбы, и для его выпуска в старое русло р. Белой, функционировавшее до 1941 г., дамба в 170 м к северу от сбросного сооружения была разрушена; второстепенное русло повернуло на восток, в Тщикский водоем (рис. 3). Таким образом, регулируемый через шлюзы и сбросное сооружение водообмен между Краснодарским и Тщикским водохранилищами к этому времени фактически прекратился.

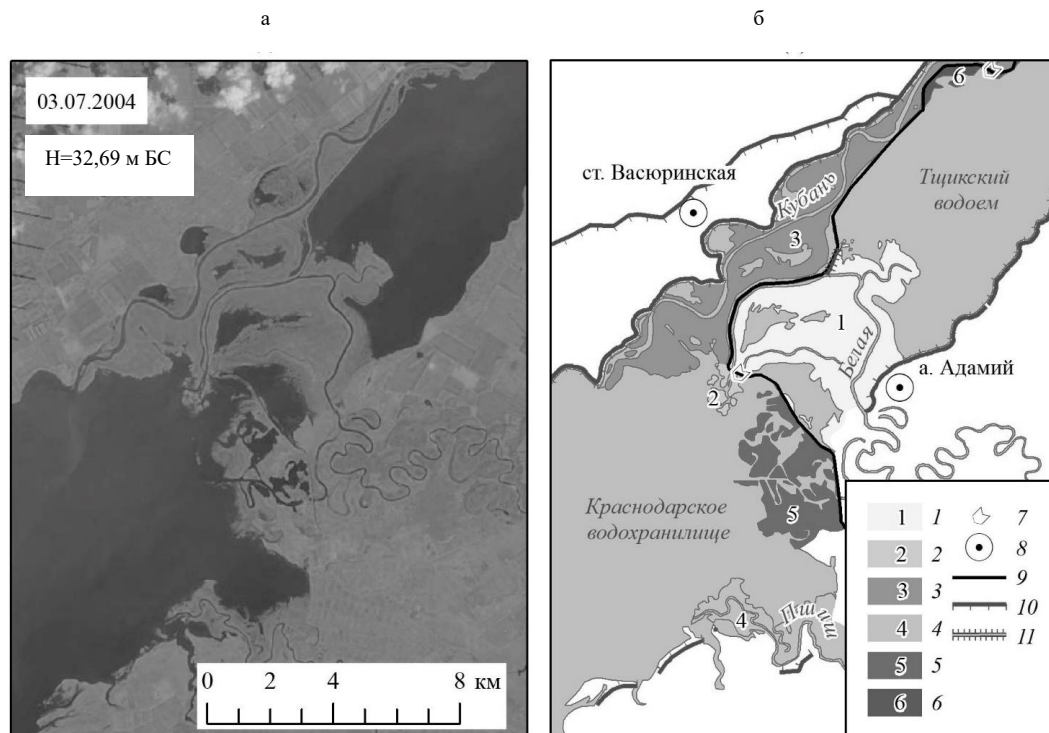


Рис. 3. Развитие устьевых областей рек в системе Краснодарского водохранилища в 2004 г.: 1 – дельта выдвижения р. Белой в Тщикское водохранилище; 2 – дельта выдвижения р. Белой в Краснодарское водохранилище; 3 – дельта выполнения эстуарного залива р. Кубани; 4 – дельта выдвижения р. Пшиш; 5 – прирусловые валы старого русла р. Белой; 6 – участки зарастания мелководья в Тщикском водоеме; 7 – сбросное сооружение и шлюз в дамбе Тщикского водохранилища; 8 – населенные пункты; 9 – дамба Тщикского водохранилища; 10 – бровки надпойменных террас; 11 – канал из р. Белой в Тщикское водохранилище / Fig. 3. The development of the river mouth areas in the Krasnodar Reservoir's system in 2004: 1 - the advanced delta of the Belaya river in the Tshchik Reservoir; 2 - the advanced delta of the Belaya river in the Krasnodar Reservoir; 3 - the estuarine delta of the Kuban river; 4 - the advanced delta of the Pshish river; 5 - natural levees of the old (abandoned) Belaya's riverbed; 6 - the areas of the eutrophication of shallow water in the Tshchik Reservoir; 7 - the regulating structure and the sluice in the dam of the Tshchik Reservoir; 8 - settlements; 9 - the dam of the Tshchik Reservoir; 10 - the edges of the floodplain terraces; 11 - the outlet cutoff from the Belaya river to the Tshchik Reservoir

Третий этап (1993–2004 гг.). Начало этапа связано с изменением режима эксплуатации Краснодарского водохранилища – снижением НПУ на 0,9 м до 32,75 м БС. В результате значительные участки литорали в течение года стали осушаться на более длительный период, достаточный для вегетации кустарниковой и древесной растительности. Как следствие, в акватории водохранилища между аулом Адамий и станицей Васюринской окончательно об-

разовалась сплошная перемычка (рис. 3). По существу, перемычка представлена восстановленной обвалованной поймой, характерной для нижних течений рек с большим стоком наносов и высокими темпами направленной аккумуляции [13]. Здесь затопляемые «блюдца» разделены относительно высокими прирусловыми валами водотоков.

Полуавтономное (с позиции распределения и аккумуляции взвешенных наносов) существование чаш

Тщикского и Краснодарского водохранилищ привело к превышению отделенной дамбой южной части пемычки над северной в среднем на 0,5 м. Превышение, в свою очередь, способствовало увеличению скорости течения в месте прорыва русла Белой в Краснодарское водохранилище и повышению интенсивности образования дельты выдвижения на данной стадии (рис. 3). Белая, выведенная прежде в свое старое русло, заилила его и постепенно прорезала новое русло в западном направлении. При меженных уровнях водохранилища верхняя часть водоема отделялась прирусловыми валами русла Пшиша от основной чаши, образуя временный водоем, питаемый Белой. Сток реки в течение третьего этапа в период максимальной сработки Краснодарского водохранилища (сентябрь–октябрь) не участвовал в общей приточности, попадая в Тщикский и временный водоемы (рис. 4). Аналогичные процессы в 2001–2002 гг. наблюдались в дельте Пшиша: река, до этого восста-

навливавшая при ежегодной сработке свое старое (затопленное) русло, прорвалась в западном направлении и в настоящее время при низких уровнях водохранилища формирует временный водоем, ограниченный с запада руслом р. Марты. Ситуация в общих чертах схожа с отделением Тщикского водоема, когда ступенчатый продольный профиль затопляемой поймы, пересеченной руслами притоков, создает предпосылки к отчленению верхних частей водохранилища при понижении уровня верхнего бьефа. Сезонные изменения уровней Краснодарского водохранилища своими циклами сработки подготавливают прорыв притоков Кубани, находящихся в зоне переменного подпора, в сопредельные понижения рельефа. Тем самым нивелируется разность в отметках рельефа прирусловых валов и полузамкнутых понижений обвалованной поймы, существовавшей до заполнения водоема.

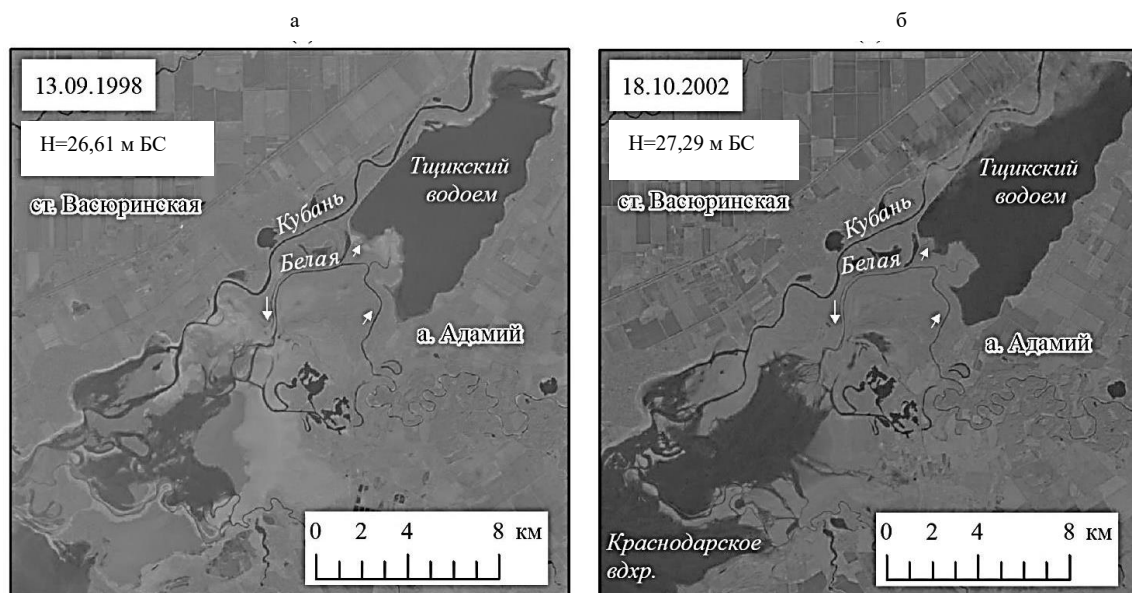


Рис. 4. Разделение стока р. Белой в течение третьего этапа. Основное русло впадает в западную чашу (временный водоем между старыми руслами рек Белая и Пшиш), второстепенные – в Тщикский водоем. Стрелками указаны направления течения / Fig. 4. The runoff separation of the Belaya river during the third stage. The main stream flows into the western bowl (temporary reservoir between the old riverbeds of the Belaya and Pshish rivers), the secondary ones - into the Tshchik Reservoir. The arrows indicate the flow direction

К концу этапа к основной открытой части водохранилища выдвинулось устье Кубани (рис. 3). На границе открытой акватории включился механизм новой стадии – формирования дельты выдвижения.

Четвертый этап (после 2004 г.). Началом следующего этапа послужило создание отвода из русла Белой в р. Кубань в створе станицы Васюринской (рис. 5) для отъема и переброски стока р. Белой в р. Кубань. Известно, что мероприятия по существен-

ному отъему жидкого стока сопровождаются коренной перестройкой режима твердого стока ниже отвода [14]. Так, соединивший реки канал разделит сток Белой, частично направил его напрямую в русло Кубани, что усилило процесс седиментации в ее дельте. К настоящему времени прирусловые валы, укрепленные древесной растительностью, фактически отделили от основной чаши Краснодарского водохранилища залив у станицы Старокорсунской (рис. 5).

Дельта выдвигения Белой, напротив, после 2004 г. снизила скорость роста, и в настоящее

время темпы ее изменения не выделяются на фоне общей трансформации верхней части водоема.

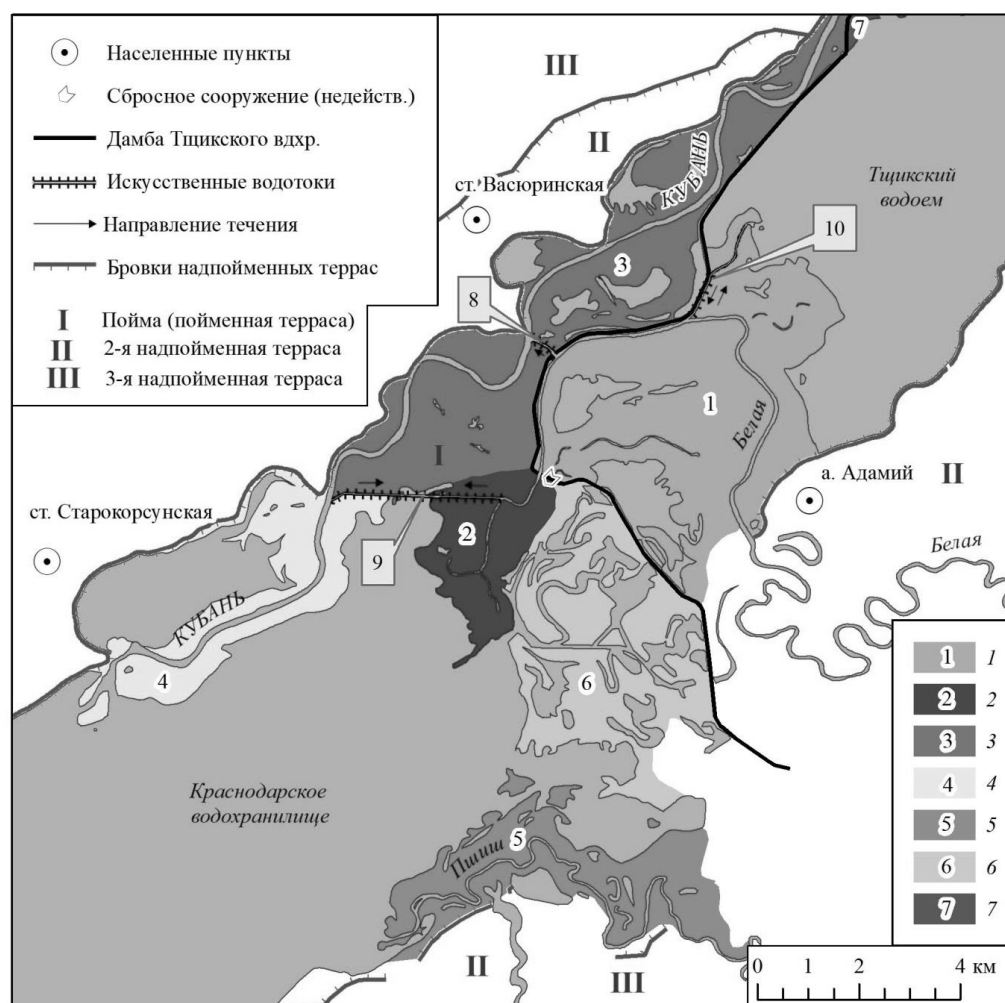


Рис. 5. Генетические типы устьевых областей рек в системе Краснодарского водохранилища в 2018 г.: 1 – дельта выдвигения р. Белой в Тшицкое водохранилище, развивающаяся непрерывно с 1941 г.; 2 – дельта выдвигения р. Белой в Краснодарское водохранилище, развивавшаяся с конца второго этапа и в настоящее время отмирающая; 3 – дельта выполнения эстуарного залива р. Кубани, развивавшаяся со ввода Краснодарского водохранилища в эксплуатацию по 2004 г.; 4 – дельта выдвигения р. Кубани в открытую акваторию Краснодарского водохранилища, развивающаяся с 2004 г. по настоящее время; 5 – дельта выдвигения р. Пшиш; 6 – прирусловые валы старого русла р. Белой; 7 – участки зарастания мелководья в Тшицком водоеме. Искусственные водотоки: 8 – отвод из р. Белой в р. Кубань, построенный в 2004 г.; 9 – отвод из р. Белой в р. Кубань, построенный в 2013 г.; 10 – канал из р. Белой в Тшицкое водохранилище, построенный в 1990 г. / Fig. 5. The genetic types of the river mouth areas in the Krasnodar Reservoir's system in 2018: 1 - the advanced delta of the Belaya river in the Tshchik Reservoir, developing continuously since 1941; 2 - the advanced delta of the Belaya river in the Krasnodar Reservoir, developed from the end of the second stage and currently abandoned; 3 - the estuarine delta of the Kuban river, developed from the commissioning of the Krasnodar Reservoir to 2004; 4 - the advanced delta of the Kuban river into the open water area of the Krasnodar Reservoir, developing from 2004 to the present; 5 - the advanced delta of the Pshish river; 6 - natural levees of the old (abandoned) Belaya's riverbed; 7 - the areas of the eutrophication of shallow water in the Tshchik Reservoir; 8 - the outlet cutoff from the Belaya river to the Kuban river, built in 2004; 9 - the cutoff from the Belaya river to the Kuban river, built in 2013; 10 - the outlet cutoff from the Belaya river to the Tshchik Reservoir, built in 1990

Отметки дна русел рукавов дельты Белой ниже отвода неуклонно растут, их устья заросли, а последние свободные от ивняка участки замусорены лежащими на дне стволами деревьев на протяже-

нии до 1,5 км (рис. 6). Сток по рукавам осуществляется только при уровнях в Тшицкой чаше или в р. Белой выше 32,2 м. При большей сработке Краснодарского водохранилища, по данным бати-

метрической съемки 2016 г. [5], эти рукава перестают функционировать. В 2013 г. между руслами Кубани и Белой был создан новый канал длиной около 3,3 км (рис. 5). Такие боковые рукава, являясь наносоотсасывающими, обычно быстро заиливаются [13]. Так и через кубанский участок канала началось интенсивное заиливание приустьевого залива Краснодарского водохранилища с превращением канала на дне водохранилища в обратную форму [5].

Современный режим Тщикского водоема, ставшего, по существу, автономным, имеет свои особенности. В период половодья на р. Кубани, при-

нимаемого Краснодарским водохранилищем с уровнем, близким к НПУ, в пойме вдоль северо-западного участка обвалования образуется превышение уровней воды над уровнем за дамбой. Это обуславливает характерный для указанного периода приток воды в Тщикский водоем через прораны в дамбе обвалования. Сброс из водоема в это время происходит через канал в русло р. Белой и далее – до разделения на отвод в р. Кубань и отмирающую дельту. Уровень воды на приустьевом участке русла р. Белой находится в подпоре от наполненного Тщикского водоема – от примыкания к ней канала и до отвода.



Рис. 6. Рукава отмирающей дельты р. Белой, закупоренные стволами деревьев. Даты съемки 04.06.2017 (а) и 09.06.2019 (б) /
Fig. 6. Channels of the dying delta of Belaya river plugged tree trunks. Dates 04.06.2017 (a), 09.06.2019 (b)

В результате часть стока р. Кубани попадает в Тщикский водоем, затем из него – в р. Белую, а отсюда – обратно в Кубань и частично в дельту Белой.

При сработке Краснодарского водохранилища и спаде половодья уровни на указанном участке течения р. Кубани больше не обеспечивают наполнение Тщикского водоема. При этом водоем имеет питание только в периоды прохождения паводков на р. Белой. Часть стока реки в это время проходит по каналу (в обратном направлении) в Тщикский водоем, продолжая формирование дельты выдвигения, другая часть (основная) – по отводу в р. Кубань, а третья, ниже отвода, – в рукава отмирающей дельты. При понижении уровней в реке ниже 32,2 м сток осуществляется только по отводу в р. Кубань, а сохранение объема воды в Тщикском водохранилище обеспечивается лишь за счет грунтовых вод и сбросов из мелиоративных систем. Такая ситуация способствует усилению эвтрофикации

и загрязнения этой части водоема, сводя к минимуму его способности к самоочищению.

Основные выводы

1. По данным спутниковых снимков Landsat, топографических карт и полевых исследований выделено четыре этапа трансформации Краснодарского водохранилища, начиная с образования Тщикского водохранилища в 1941 г. Основная причина морфологических преобразований чаши – дельтоформирование, вызванное взаимодействием приемного водоема и русел впадающих рек.

2. Выделенные этапы характеризуются естественными причинами (преобразования дельт заполнения в дельты выдвигения и др.) в купе с техногенными (отводы стока в дельтовых областях и др.). На процессы дельтоформирования и расчленения водоема повлияли особенности местного

рельефа, в первую очередь – наличие в пойме р. Кубани обвалованных русел левых притоков. Среди всех притоков р. Белая выделяется повышенными водностью и объемами твердого стока.

3. Выраженное деление режима эксплуатации Краснодарского водохранилища на периоды с высокими и низкими (меженными) уровнями привело к образованию двух выраженных дельтовых областей – верхней дельты и нижней дельты. В ходе дельтоформирования рек Кубани и Белой в Краснодарском водохранилище образовалась перемычка и от водохранилища отделилась чаша Тшицкого водоема. Последний, не имея регулируемого водообмена с основной чашей, в настоящее время фактически является автономным водоемом с речным питанием только в периоды прохождения паводков на р. Белой.

4. По нашим расчетам, за период эксплуатации Краснодарского водохранилища дельта впадающей в него р. Кубани выдвинулась на 32,4 км, при этом отторгнув у водоема площадь 35,4 км². Суммарная же площадь дельтовых областей, разделивших водохранилище на две независимые чаши, составила к 2018 г. 85,9 км², т.е. 21 % от проектной площади зеркала. Наблюдаемая трансформация Краснодарского водохранилища сопровождается существенным уменьшением его регулируемого объема и, как следствие, снижением действенности противопаводковой функции.

Литература

1. Лурье П.М., Панов В.Д., Ткаченко Ю.Ю. Река Кубань: гидрография и режим стока. СПб.: Гидрометеиздат, 2005. 500 с.
2. Правила использования водных ресурсов Краснодарского водохранилища. Краснодар: Кубаньводпроект, 2008. 158 с.
3. Погорелов А.В., Салпагаров А.Д., Киселев Е.Н., Куркина Е.В. Геоинформационный метод в практике региональных физико-географических исследований // Тр. Тебердинского гос. биосферного заповедника. 2007. Вып. 45. 200 с.
4. Беркович К.М. Принцип взаимодействия потока и русла и антропогенные нарушения русловых процессов // Маккавеевские чтения – 2008. М.: Географический факультет МГУ, 2009. С. 19–27.
5. Лагута А.А., Погорелов А.В. Особенности заиливания Краснодарского водохранилища. Опыт оценки по данным батиметрических съемок // Геогр. вестн. 2018. № 4 (47). С. 54–66.
6. Курбатова И.Е. Мониторинг трансформации Краснодарского водохранилища с использованием спутниковых данных высокого разрешения // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. 2014. Т. 11, № 3. С. 42–53.

7. Погорелов А.В., Литилин Д.А., Курносоева А.С. Спутниковый мониторинг Краснодарского водохранилища // Геогр. вестн. 2017. № 1 (40). С. 130–137.

8. Официальный сайт Геологической службы США URL: <https://glovis.usgs.gov/> (дата обращения: 01.10.2018).

9. Официальный сайт Кубанского бассейнового водного управления Федерального агентства водных ресурсов URL: <http://www.kbvufgu.ru/> (дата обращения: 01.08.2018).

10. Credner G.R. Die deltas, ihre morphologie, geographische, verbreitung, und entstehungsbedingungen // Petermans Geographische Mitteilungen (Erganzungsland). 1878. Vol. 12. S 74.

11. Михайлов В.Н. Речные дельты: строение, образование, эволюция // Соросовский образов. журн. 2001. Т. 7, № 3. С. 60–66.

12. Михайлов В.Н., Михайлова М.В., Магрицкий Д.В. Основы гидрологии устьев рек: учеб. пособие. М.: Триумф, 2018. 316 с.

13. Чалов Р.С. Руслые процессы (руслыеведение): учеб. пособие. М.: ИНФРА-М, 2016. 565 с.

14. Кондратьев Н.Е., Попов И.В., Снйценко Б.Ф. Основы гидроморфологической теории руслыевого процесса. Л.: Гидрометеиздат, 1982. 272 с.

References

1. Lur'e P.M., Panov V.D., Tkachenko Yu.Yu. *Reka Kuban': gidrografiya i rezhim stoka* [Kuban River: hydrography and flow regime]. Saint Petersburg: Gidrometeoizdat, 2005, 500 p.
2. *Pravila ispol'zovaniya vodnykh resursov Krasnodarskogo vodokhranilishcha* [Rules of use of water resources of the Krasnodar reservoir]. Krasnodar: Kuban'vodproekt, 2008, 158 p.
3. Pogorelov A.V., Salpagarov A.D., Kiselev E.N., Kurkina E.V. *Geoinformatsionnyi metod v praktike regional'nykh fiziko-geograficheskikh issledovaniy* [Geoinformation method in practice of regional physical and geographical researches]. *Tr. Teberdinskogo gos. biosfernogo zapovednika*. 2007, iss. 45, 200 p.
4. Berkovich K.M. [The principle of flow-channel interaction and anthropogenic disturbances of channel processes]. *Makkaveevskie chteniya - 2008* [Makkaveev Readings - 2008]. Moscow: Geograficheskii fakul'tet MGU, 2009, pp. 19-27.
5. Laguta A.A., Pogorelov A.V. *Osobennosti zaileniya Krasnodarskogo vodokhranilishcha. Opyt otsenki po dannym batimetriceskikh s"emok* [Features of silting of the Krasnodar reservoir. Evaluation experience according to bathymetric surveys]. *Geogr. vestn.* 2018, No. 4 (47), pp. 54-66.
6. Kurbatova I.E. *Monitoring transformatsii Krasnodarskogo vodokhranilishcha s ispol'zovaniem sputnikovyykh dannyykh vysokogo razresheniya* [Monitoring the transformation of the Krasnodar reservoir using high-resolution satellite data]. *Sovremennyye problemy dis-*

tantsionnogo zondirovaniya Zemli iz kosmosa. 2014, vol. 11, No. 3, pp. 42-53.

7. Pogorelov A.V., Lipilin D.A., Kurnosova A.S. Sputnikovyi monitoring Krasnodarskogo vodokhranilishcha [Satellite monitoring of Krasnodar reservoir]. *Geogr. vestn.* 2017, No. 1 (40), pp. 130-137.

8. *Ofitsial'nyi sait Geologicheskoi sluzhby SShA* [Official US geological survey website]. Available at: <https://glavis.usgs.gov/> (accessed 01.10.2018).

9. *Ofitsial'nyi sait Kubanskogo basseinovogo vodnogo upravleniya Federal'nogo agentstva vodnykh resursov* [Official website of the Kuban basin water management of the Federal Water Resources Agency]. Available at: <http://www.kbvufgu.ru/> (accessed 01.08.2018).

10. Credner G.R. Die deltas, ihre morphologie, geographische, verbreitung, und entstehungs bedingungen.

Petermans Geographische Mitteilungen (Erganzungsland). 1878, vol. 12, s. 74.

11. Mikhailov V.N. Rechnye del'ty: stroenie, obrazovanie, evolyutsiya [River deltas: structure, formation, evolution]. *Sorosovskii obrazov. zhurn.* 2001, vol. 7, No. 3, pp. 60-66.

12. Mikhailov V.N., Mikhailova M.V., Magritskii D.V. *Osnovy gidrologii ust'ev rek* [Fundamentals of hydrology estuaries]. Textbook. Moscow: Triumf, 2018, 316 p.

13. Chalov R.S. *Ruslovy protsessy (ruslovedenie)* [Channel processes (channel study)]. Textbook. Moscow: INFRA-M, 2016, 565 p.

14. Kondrat'ev N.E., Popov I.V., Snishchenko B.F. *Osnovy gidromorfologicheskoi teorii ruslovogo protsessa* [Fundamentals of hydromorphological theory of channel process]. Leningrad: Gidrometeoizdat, 1982, 272 p.

РОЛЬ АТМОСФЕРНОЙ ЦИРКУЛЯЦИИ В ПРОЦЕССЕ УСТОЙЧИВЫХ ИЗМЕНЕНИЙ СОЛЕНОСТИ ВОД АЗОВСКОГО МОРЯ

© 2019 г. Б.Н. Панов¹, Е.О. Спиридонова¹, С.В. Жукова²

¹Керченский государственный морской технологический университет, Керчь, Россия,

²Азовский научно-исследовательский институт рыбного хозяйства, Ростов-на-Дону, Россия

THE ROLE OF ATMOSPHERIC CIRCULATION IN THE PROCESS OF STEADY CHANGES IN THE SALINITY OF THE AZOV SEA WATERS

B.N. Panov¹, E.O. Spiridonova¹, S.V. Zhukova²

¹Kerch State Maritime Technological University, Kerch, Russia,

²Azov Sea Research Fisheries Institute, Rostov-on-Don, Russia

Панов Борис Николаевич – кандидат географических наук, доцент, старший научный сотрудник, Керченский государственный морской технологический университет, ул. Орджоникидзе, 82, г. Керчь, Республика Крым, 298309, Россия, e-mail: panov_bn@mail.ru

Boris N. Panov - Candidate of Geography, Associate Professor, Senior Researcher, Kerch State Maritime Technological University, Ordzhonikidze St., 82, Kerch, Republic of Crimea, 298309, Russia, e-mail: panov_bn@mail.ru

Спиридонова Елена Олеговна – кандидат географических наук, доцент, Керченский государственный морской технологический университет, ул. Орджоникидзе, 82, г. Керчь, Республика Крым, 298309, Россия, e-mail: kgmtu@kgmtu.ru

Elena O. Spiridonova - Candidate of Geography, Associate Professor, Kerch State Maritime Technological University, Ordzhonikidze St., 82, Kerch, Republic of Crimea, Russia, 298309, e-mail: kgmtu@kgmtu.ru

Жукова Светлана Витальевна – кандидат географических наук, доцент, Азовский научно-исследовательский институт рыбного хозяйства, ул. Береговая, 21б, г. Ростов-на-Дону, Россия, 344002, e-mail: zhukova_s_v@azniirkh.ru

Svetlana V. Zhukova - Candidate of Geography, Associate Professor, Azov Sea Research Fisheries Institute, Beregovaya St., 21b, Rostov-on-Don, 344002, Russia, e-mail: zhukova_s_v@azniirkh.ru

Рассмотрены результаты множественного регрессионного анализа рядов средней солености Азовского моря (без Таганрогского залива) и показателей приземной атмосферной циркуляции в Азово-Черноморском регионе за период с 1960 по 2016 г. Показано, что незначительную роль в изменении солености играют зональные атмосферные переносы синхронно и с упреждением на год. Более значимое влияние оказывают атмосферные процессы, показателем которых является среднее атмосферное давление с упреждением в 6–15 лет. Однако после 1990 г. более эффективным фактором становятся зональные переносы, происходящие на 10–12 лет раньше рассматриваемого периода, с эффектом воздействия на соленость, обратным выявленному в случае синхронного влияния. Получены статистически значимые регрессионные уравнения, позволяющие прогнозировать соленость Азовского моря с заблаговременностью 6–10 лет.

Ключевые слова: Азовское море, соленость, атмосферная циркуляция, прогноз.

The results of multiple regression analysis of the series of the Azov Sea average salinity (excluding the Taganrog Bay) and indices of surface atmospheric circulation in the Azov and Black Seas Region for the period from 1960 to 2016 are considered. It is shown that a small role in the change of salinity is played by zonal atmospheric transfer synchronously and for a year ahead. More significant influence is exerted by atmospheric processes, the indicator of which is the average atmospheric pressure with prediction of 6–15 years. However, since 1990, zonal transfers, occurring 10–12 years before the period under consideration with the effect on salinity, opposite to the one identified in the case of synchronous influence, become a more effective factor. Statistically significant regression equations are obtained, which allows to predict the Azov Sea salinity with a forecast interval of 6–10 years.

Keywords: Azov Sea, water salinity, atmospheric circulation, forecast.

Введение

В 70-х гг. XX в. экосистема Азовского моря претерпела ряд негативных трансформаций, возникших вследствие уменьшения объемов, отъема (в отдельные годы до 30–40 %) и зарегулирования стока рек, сброса эвтрофированных и загрязненных вод. В акватории моря усилились заморные явления, наблюдалось резкое повышение солености вод. Все это повлекло за собой ухудшение условий нагула и размножения рыб. В первую очередь пострадали проходные и придонные виды – осетровые, лещ, рыбец, шемая, судак, сельдь, тарань, бычки [1]. Основным показателем происходивших изменений вполне обоснованно принято считать соленость вод Азовского моря.

Речной сток является основной составляющей водного баланса моря, обеспечивающей его относительно низкую соленость. В исследованиях [2] показано, что максимальный вклад в изменения солености вносит сток рассматриваемого года (60,8 %). Степень воздействия стока предшествующих ему трех лет равен 37,1 %, а суммарный вклад водности пятого и шестого годов – лишь 2,1. Другими составляющими бюджета пресных вод Азовского моря являются осадки и испарение, а также перенос вод в Керченском проливе. Все указанные части водного баланса моря прямо или косвенно зависят от атмосферной циркуляции.

В Оценочном докладе Росгидромета за 2008 г. [3] при анализе многолетних тенденций стока Дона, а также величины осадков и испарения для региона Азовского моря использовались результаты многофакторного регрессионного анализа их связи с индексами атмосферной циркуляции Вангенгейма – Гирса. Наибольшим оказался коэффициент множественной корреляции ($R = 0,6–0,7$) для сглаженных данных (применялось 11-летнее скользящее среднее) при нулевом сдвиге по времени.

Интересны, на наш взгляд, факты снижения солености вод и формирования благоприятных для биоресурсов условий в Азовском море в случае доминирования западного и северного типа макропроцессов в атмосфере, причем изменения аномалий в солености происходили через 2–8 лет после смены знака аномалий повторяемости форм атмосферной циркуляции [4].

В исследованиях [5] в качестве основных предикторов были использованы значения индексов североатлантической осцилляции (NAO) и давления в центре сибирского антициклона. Была установлена статистически достоверная связь указанных индексов на уровне средних годовых значений с величиной средней годовой солености собственно Азовского моря с коэффициентами корреляции

0,46–0,52 при синхронной корреляции. При сдвигах индексов на 1–2 года связь с индексами NAO быстро пропадала, с давлением в сибирском антициклоне понижалась до 0,34.

В [6] показано, что в межгодовой изменчивости периодам повышения солености Азовского моря синхронно и со сдвигом на год соответствуют периоды усиления южных и восточных ветров над Азовским морем, а северные и западные ветра определяют понижение солености. Этой закономерности не подчинился только период с 1971 по 1976 г., когда устойчивый рост солености продолжился, несмотря на смену преобладающих ветров с юго-восточных на северо-западные.

В последнее десятилетие, после периода аномально низких средних годовых значений солености вод Азовского моря, с 2007 г. начался затянувшийся до настоящего времени устойчивый рост солености. Вновь складывается напряженная ситуация с рыбными ресурсами в Азовском море, что повышает актуальность исследований возможных причин (как природных, так и антропогенных) активизации упомянутых негативных процессов.

Поэтому основная цель данной работы – определение возможностей прогнозирования многолетних изменений солености вод Азовского моря с использованием в качестве предиктора региональных показателей атмосферной циркуляции, которые могут лучше, чем глобальные, учесть влияние на соленость испарения, осадков и водообмена через Керченский пролив.

Материалы и методы

Для расчета средних годовых значений солености вод Азовского моря (S_a) в работе использованы материалы 22 весенних, летних и осенних океанографических съемок, выполненных Южным НИИ морского рыбного хозяйства и океанографии (ЮгНИРО) с 1992 по 2000 г. [6], и 49 съемок, выполненных Азовским НИИ рыбного хозяйства (АзНИИРХ) с 2001 по 2016 г. Средняя соленость моря определялась без Таганрогского залива по методике, рекомендованной в [7]. Полученными значениями был дополнен многолетний ряд средней за год солености с 1960 г., взятый из [8].

Для анализа приземной атмосферной циркуляции использован банк ежедневных данных (с 1960 по 2016 г.) о приземном атмосферном давлении над Азово-Черноморским регионом по 16-точечной сетке, предложенной В. А. Брянцевым [9].

Межгодовая изменчивость атмосферной циркуляции была исследована с помощью первых трех коэффициентов (A_{00} , A_{01} , A_{10}) разложения поля при-

земного атмосферного давления в ряды по полиному Чебышева, где A_{00} характеризует среднее атмосферное давление, A_{01} – вклад зональных переносов, A_{10} – вклад меридиональных переносов воздуха [10].

Учитывая долговременные тенденции изменений средней солёности Азовского моря и показателей атмосферной циркуляции (рис. 1), было принято решение: для оценки зависимости солёности моря ($Sa - Y$) от каждого из показателей атмосферной циркуляции ($X - A_{00}, A_{01}, A_{10}$) использовать множественный линейный регрессионный анализ, в котором предикторами (факторами) служили бы ряды значений показателей с различными величинами упреждающего сдвига. Кроме того, для учета более коротких трендов регрессионный анализ был выполнен и для более коротких рядов: от 1960 до 1989 г. (30 значений) и от 1990 до 2016 г. (27 значений).

Корреляционные испытания полного ряда (57 значений) проводились со сдвигом от 1 до 15 лет, для коротких рядов – от 1 до 10 лет. Предикторы со значимыми парными коэффициентами корреляции объединялись в одну модель множественной регрессии Sa и факторов одного из показателей атмосферной циркуляции.

За достоверные принимались статистически значимые связи с уровнем значимости $\alpha \leq 0,05$ по таблице Стьюдента. Статистическая значимость уравнения регрессии проверялась с помощью коэффициента детерминации и критерия Фишера. Из модели исключались статистически значимые факторы, имеющие низкие ($\leq 0,01$) коэффициенты раздельной детерминации. В анализе полученных результатов использовались только статистически значимые связи и регрессионные уравнения (таблица).

Параметры статистически значимых моделей (уравнений множественной линейной регрессии) прогнозирования солёности Азовского моря (Y) / Parameters of statistically significant models (equations of multiple linear regression) prediction of salinity of the Azov Sea (Y)

№ модели	Предиктор Хп	Упреждающий сдвиг, п лет	Длина ряда	Коэф. парн. коррел. Rп	Коэф. множ. коррел. Rп	Коэф. раздель. детерминации предикторов d	Коэф. детерм. модели D	Регрессионное уравнение модели					
								Прогноз на					
								2017	2018	2019	2020	2021	2022
Для периода 1960–2016 гг. (57 значений)													
I	A00–6	6	42	–0,42	0,83	0,150	0,689	Y0 = 45,05 – 0,48A00–6 – 0,27A00–7 – 0,26A00–9 – 0,13A00–12 – 0,20A00–13 – 0,25A00–14 – 0,48A00–15					
	A00–7	7		–0,37		0,069							
	A00–9	9		–0,40		0,073							
	A00–12	12		–0,35		0,034							
	A00–13	13		–0,35		0,053							
	A00–14	14		–0,44		0,083							
	A00–15	15		–0,47		0,017							
II	A01–0	0	56	–0,32	0,42	0,085	0,173	Y0 = 11,04 – 1,26A01–0 – 1,29A01–1					
	A01–1	1		–0,33		0,088		–	–	–	–	–	–
Для периода 1960–1989 гг. (30 значений)													
III	A00–9	9	20	–0,49	0,68	0,16	0,458	Y0 = 26,25 – 0,35A00–9 – 0,52A00–10					
	A00–10	10		–0,60		0,29							
Для периода 1990–2016 гг. (27 значений)													
IV	A01–10	10	15	0,50	0,85	0,19	0,727	Y0 = 13,23 + 2,63A01–10 + 3,53A01–11 + 2,92 A01–12					
	A01–11	11		0,49		0,28							
	A01–12	12		0,54		0,25							

Примечание. Жирным шрифтом выделены наиболее значимые в моделях связи.

При расчете оценок множественной регрессии контролировался уровень межфакторных связей так, чтобы их коэффициенты не превышали значимых коэффициентов искомых связей $Y-X$ и не достигали критического уровня детерминации (коэффициент корреляции – 0,7).

Результаты исследований

Результаты регрессионного анализа рядов с 1960 по 2016 г. В анализе синхронизированных ря-

дов парные коэффициенты корреляции Sa с A_{00} и A_{10} были практически равны нулю, коэффициент корреляции с A_{01} был статистически значим и равен -0,32. Однако параметры регрессионного уравнения связи $Sa - A_{01}$ по коэффициенту детерминации и критерию Фишера оказались статистически незначимыми, а регрессионная модель ненадежна. При корреляции солёности и показателя A_{10} со сдвигом значимых парных коэффициентов корреляции не обнаружено. Поиск связей солёности с упреждающими рядами A_{00} дал довольно неожи-

данный результат. Статистически значимыми оказались все парные коэффициенты корреляции со сдвигом от 6 до 15 лет.

Наибольшие коэффициенты корреляции и детерминации пришлось на сдвиги 6, 14 и 15 лет. Однако предикторы со сдвигами 8, 10 и 11 лет, имеющие значимые парные коэффициенты корреляции, но низкие ($\leq 0,01$) коэффициенты раздельной детерминации, позже были исключены из модели I (таблица). В этой модели регрессионное уравнение позволяет прогнозировать значение солёности с заблаговременностью до 6 лет.

При корреляции солёности и показателя A_{01} со сдвигом значимый парный коэффициент корреляции ($-0,33$) обнаружен только на сдвиге 1 год. Модель множественной регрессии с двумя значимыми факторами A_{01} (с нулевым и с годовым сдвигом) оказалась статистически значимой (таблица, модель II). Однако модель II определяет только 17,3 % вариативности Sa .

Следовательно, на отрезке времени с 1960 по 2016 г. определенную роль в изменении солёности вод Азовского моря играли зональные атмосферные переносы с упреждением на год и синхронно (модель II). Более значительное влияние оказывали атмосферные процессы, показателем которых является среднее атмосферное давление с упреждением в 6–15 лет (модель I).

Восточные атмосферные переносы (согласно модели II) могут повышать солёность морской воды, усиливая испарения и черноморскую составляющую течений в Керченском проливе, а западные – снижать солёность, являясь источником атмосферных осадков, приносимых с северо-запада атлантическими циклонами и интенсивно выпадающих в Азово-Черноморском регионе.

Продолжительный рост солёности, следующий за периодом относительно низкого атмосферного давления (согласно модели I), обусловлен, вероятнее всего, периодом активизации в регионе влияния Переднеазиатской депрессии или средиземноморских циклонов [11]. В первом случае дефицит осадков наблюдается во всем Азово-Черноморском регионе, во втором – осадки выпадают преимущественно южнее Донского водосборного бассейна (на восточном побережье Чёрного моря). Дефицит осадков, накапливаясь в водных объектах суши, устойчиво проявляется в снижении стока Дона и солёности морских вод в течение ряда лет.

Кроме того, ситуация циклона над морем приводит к усилению южных ветров в районе Керченского пролива, что увеличивает объём поступающих в Азовское море черноморских вод.

Устойчивое повышение среднего атмосферного давления в 90-е гг. XX в., определившее длитель-

ный процесс распреснения Азовского моря (линейные тренды A_{00} и Sa на рис. 1), может быть обусловлено активизацией в регионе влияния Азовского максимума и атлантических циклонов [12], приносящих осадки в водосборный бассейн р. Дон.

Результаты регрессионного анализа рядов с 1960 по 1989 г. В анализе синхронизированных рядов Sa с A_{00} , A_{10} и A_{01} парные статистически значимые коэффициенты корреляции не обнаружены.

При корреляции солёности и показателя A_{00} со сдвигом значимые парные коэффициенты корреляции обнаружены при сдвигах 9 и 10 лет (модель III). Модель обусловлена связями, отразившимися также в модели I, но в более узком интервале заблаговременности и с более высокой степенью детерминации значимых факторов. При корреляции солёности и показателя A_{01} со сдвигом значимых парных коэффициентов корреляции не обнаружено. При корреляции солёности и показателя A_{10} со сдвигом значимый парный коэффициент корреляции обнаружен только для сдвига в 3 года. В уравнении парной линейной регрессии коэффициент корреляции этой связи был равен $-0,35$. Однако параметры парного регрессионного уравнения связи Sa и A_{10} по коэффициенту детерминации и критерию Фишера оказались статистически незначимыми.

Таким образом, в предшествующем климатическом периоде на изменения солёности Азовского моря преобладающее влияние оказывали процессы, определяющие изменения среднего атмосферного давления в регионе (с наибольшим эффектом с заблаговременностью 9–10 лет). Возможные причины этих изменений были рассмотрены выше.

Результаты регрессионного анализа рядов с 1990 по 2016 г. Значимые парные коэффициенты корреляции в этом периоде обнаружены только при анализе связи солёности и показателя A_{01} со сдвигом 10, 11 и 12 лет. Коэффициент множественной корреляции модели – 0,85. Модель определяет 72,7 % вариативности Sa и является статистически значимой (модель IV).

Следовательно, в текущем климатическом периоде в атмосферной циркуляции в Азово-Черноморском регионе наиболее эффективным фактором, определяющим изменения солёности в Азовском море, являются изменения зональных атмосферных переносов, происходящие на 10–12 лет раньше изменений солёности. К росту солёности приводит усиление западных атмосферных переносов. В Азово-Черноморском регионе это возможно при повышенной активности средиземноморских циклонов, перемещающихся над Чёрным морем в северо-восточном направлении. В этой

ситуации (в отличие от атлантических циклонов) влага, приносимая циклонами, выпадает южнее водосборного бассейна р. Дон, увеличивая сток р. Кубань. Этим может быть объяснен факт отмеченных после 1990 г. [12], экстремальных осадков и максимальных расходов воды, значительно превышающих наблюдавшиеся ранее на реках Черноморского побережья Кавказа и бассейна Кубани, а также пониженная активность увеличения солёности в юго-восточной части Азовского моря (в последнее десятилетие) по сравнению с морем в целом и Таганрогским заливом [13].

Период снижения среднего атмосферного давления в Азово-Черноморском регионе наблюдался с 1994 по 2010 г. (рис. 1, A_{00}).

Модель IV для периода 1990–2016 гг. дает расчетные значения S_a , более близкие к фактическим по сравнению с моделью I и, вероятно, более точные прогностические величины солёности (рис. 2).

Несмотря на то что расчетные значения солёности для отдельных лет значительно отличаются от фактических (около 1 ‰), долговременные тенденции расчетной кривой отражены верно, что может быть использовано в долгосрочном прогнозировании.

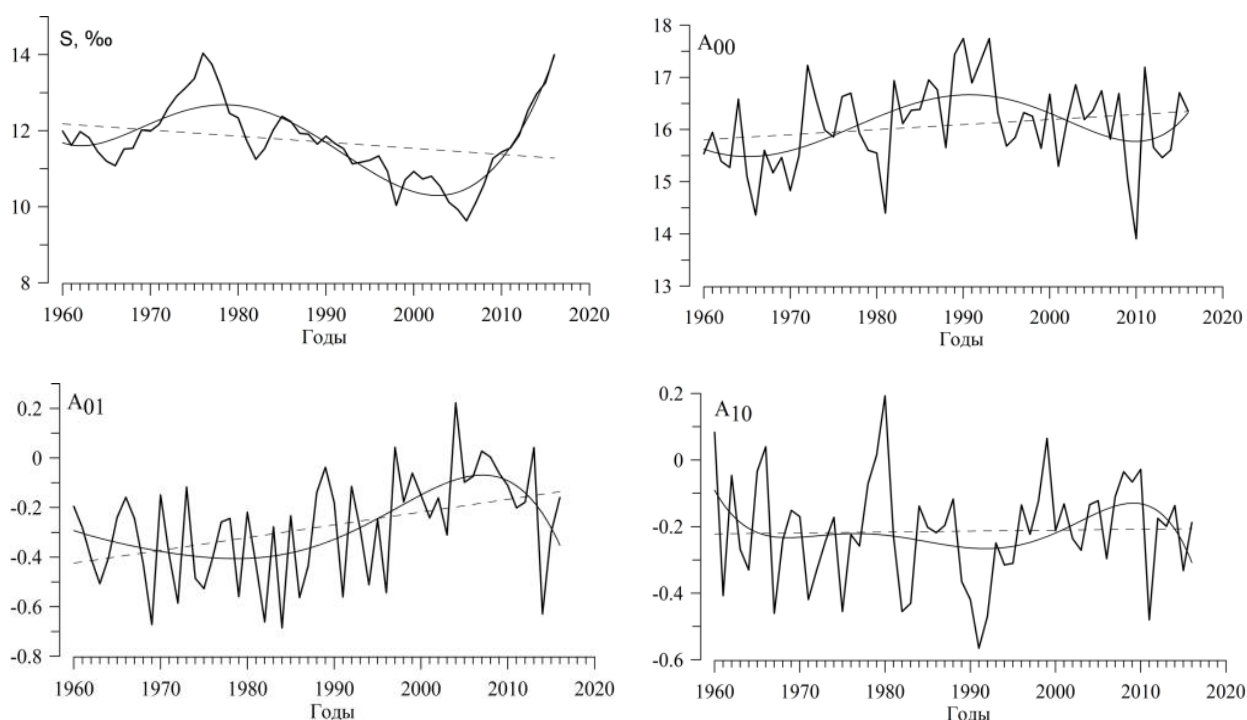


Рис. 1. Многолетние изменения солёности Азовского моря и показателей атмосферной циркуляции в Азово-Черноморском регионе, сглаженные полиномиальной функцией 5-й степени и линейным трендом / Fig. 1. Long-term changes in the salinity of the Azov Sea and the atmospheric circulation indicators in the Azov-Black Sea region, smoothed by a polynomial function of the 5th degree and a linear trend

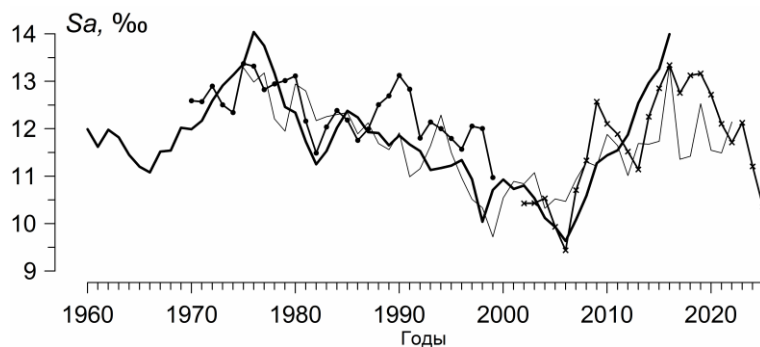


Рис. 2. Графики фактических (—) и модельных (модели I (—), III (•••), IV (*-*-*)) значений средней солёности Азовского моря / Fig. 2. Graphs of actual (—) and model (models I (—), III (•••), IV (*-*-*)) values of the average salinity of the Azov Sea

Заключение

Проведенные исследования показывают, что существует возможность долгосрочного (заблаговременно до 6–10 лет) прогнозирования средней годовой солёности Азовского моря (без Таганрогского залива) с использованием показателей атмосферной циркуляции над Азово-Черноморским бассейном.

На протяжении последних 57 лет существует относительно устойчивая связь солёности и величины среднего для региона приземного атмосферного давления с упреждающим сдвигом последнего на 6–15 лет. На более коротких временных отрезках эта связь остается статистически значимой с 1960 по 1989 г., но с более коротким периодом эффективного воздействия (упреждение – 9–10 лет). На этом временном интервале устойчивый рост солёности вод в море связан с предшествующим понижением атмосферного давления, обусловленным, вероятнее всего, активизацией влияния в регионе Переднеазиатской депрессии.

На временном отрезке, соответствующем текущему климатическому периоду (после 1990 г.), более эффективным становится влияние на солёность зональной составляющей атмосферных переносов с упреждающим сдвигом 10–12 лет. Интенсивный устойчивый рост солёности вод в этом случае связан с предшествующим усилением над Азово-Черноморским бассейном западных атмосферных переносов, обусловленных, вероятнее всего, активизацией влияния средиземноморских циклонов.

Уровень максимального коэффициента раздельной детерминации (d) показывает, что на коротких периодах эффективность зависимости выше (0,29 и 0,28), чем в модели полного ряда (0,15).

Наиболее эффективная прогностическая модель (модель IV) позволяет предположить, что устойчивое уменьшение солёности Азовского моря начнется с 2020 г., а к 2026 г. средняя солёность моря может снизиться до 10,0 ‰.

Полученные результаты свидетельствуют также о том, что водосборный бассейн Азовского моря обладает определенными инерционными и кумулятивными свойствами в отношении влияния атмосферной циркуляции на формирование солёности моря. Средняя солёность моря начинает значимо реагировать на изменения атмосферных переносов с упреждением 0–1 год либо только через 6–15 лет, сохраняя эту зависимость в течение нескольких лет (в полученных нами моделях от 2 до 10 лет). Механизмы, регулирующие эти процессы, еще предстоит исследовать, но они, по-видимому, аналогичны тем, которые обуславливают периодические появления многолетних раз-

нонаправленных трендов в изменениях уровня Каспийского моря.

Литература

1. Бронфман А.М., Хлебников Е.П. Азовское море. Основы реконструкции. Л. : Гидрометеиздат, 1985. 270 с.
2. Гаргона Ю.М. Крупномасштабные изменения гидрометеорологических условий формирования биопродуктивности Азовского моря : дис. ... д-ра геогр. наук. Мурманск, 2003. 467 с.
3. Оценочный доклад Росгидромета об изменениях климата и их последствиях на территории Российской Федерации. Т. 2. М., 2008. С. 154–159.
4. Гаргона Ю.М. Изменения водного баланса, солёности и биоресурсов Азовского моря под влиянием атмосферной циркуляции // XI Всерос. конф. по промысловой океанологии. М.: Изд-во ВНИРО, 1999. С. 71–72.
5. Дроздов В.В. Особенности многолетней динамики экосистемы Азовского моря под влиянием климатических и антропогенных факторов // Учен. зап. КГМУ. 2010. № 15. С. 155–176.
6. Панов Б.Н., Спиридонова Е.О. О закономерностях формирования поля солёности Азовского моря // Экологическая безопасность прибрежной и шельфовой зон и комплексные исследования ресурсов шельфа. Севастополь: ЭкоСи-Гидрофизика, 2007. Вып. 15. С. 152–158.
7. Гидрометеорологические условия шельфовой зоны морей СССР: справочник. Т. 3: Азовское море. Л. : Гидрометеиздат, 1996. 217 с.
8. Куропаткин А.П., Шишкин В.М., Бурлачко Д.С., Карманов В.Г., Жукова С.В., Подмарева Т.И., Фоменко И.Ф., Лутынская Л.А. Современные и перспективные изменения солёности Азовского моря // Защита окружающей среды в нефтегазовом комплексе. 2015. № 11. С. 7–15.
9. Брянец В.А. Методические рекомендации по гидрометеорологическому прогнозированию для основных объектов промысла в Черном море. Керчь : АЗЧерНИРО, 1987. 41 с.
10. Кудрявая К.И., Серяхов Е.И., Скриптунова Л.И. Морские гидрологические прогнозы. Л. : Гидрометеиздат, 1974. 310 с.
11. Панов Б.Н., Спиридонова Е.О. Климатические изменения поля приземного атмосферного давления в Азово-Черноморском регионе (1960–2017 гг.) // Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Естеств. науки. 2019. № 2. С. 66–73.
12. Второй оценочный доклад Росгидромета об изменениях климата и их последствиях на территории Российской Федерации. Основной том. М., 2014. С. 125–170, 357–358.
13. Куропаткин А.П., Шишкин В.М. Солёность Азовского моря и возможные пути его изменения

// Рациональное использование и охрана природных ресурсов бассейнов Черного и Азовского морей. Ростов н/Д., 1988. С. 16–20.

References

1. Bronfman A.M., Khlebnikov E.P. *Azovskoe more. Osnovy rekonstruktsii* [Azov sea. Foundations of the reconstruction]. Leningrad: Gidrometeoizdat, 1985, 270 p.
2. Gargopa Yu.M. *Krupnomasshtabnye izmeneniya gidrometeorologicheskikh uslovii formirovaniya bioproduktivnosti Azovskogo moraya: dis. ... d-ra geogr. nauk* [Large-scale changes in hydrometeorological conditions of formation of bioproductivity of the Azov sea]. Murmansk, 2003, 467 p.
3. *Otsenochnyi doklad Rosgidrometa ob izmeneniyakh klimata i ikh posledstviyakh na territorii Rossiiskoi Federatsii* [Roshydromet assessment report on climate change and its consequences in the Russian Federation]. Vol. 2. Moscow, 2008, pp. 154-159.
4. Gargopa Yu.M. [Changes in water balance, salinity and bioresources of the Azov sea under the influence of atmospheric circulation]. *XI Vseros. konf. po promyslovoi okeanologii* [11th All-Russian Conference on Commercial Oceanology]. Moscow: Izd-vo VNIRO, 1999, pp. 71-72.
5. Drozdov V.V. *Osobennosti mnogoletnei dinamiki ekosistemy Azovskogo morya pod vliyaniem klimaticheskikh i antropogennykh faktorov* [Features of long-term dynamics of the Azov sea ecosystem under the influence of climatic and anthropogenic factors]. *Uchen zap. RGGMU*. 2010, No. 15, pp. 155-176.
6. Panov B.N., Spiridonova E.O. [On regularities of formation of the salinity field of the Azov sea]. *Ekologicheskaya bezopasnost' pribrezhnoi i shel'fovoi zon i kompleksnye issledovaniya resursov shel'fa* [Ecological safety of coastal and shelf zones and complex studies of shelf resources]. Sevastopol: Ekosi-Gidrofizika, 2007, iss. 15, pp. 152-158.
7. *Gidrometeorologicheskie usloviya shel'fovoi zony morei SSSR* [Hydrometeorological conditions of the shelf zone of the seas of the USSR]. Handbook. Vol. 3: The Azov sea. Leningrad: Gidrometeoizdat, 1996, 217 p.
8. Kuropatkin A.P., Shishkin V.M., Burlachko D.S., Karmanov V.G., Zhukova S.V., Podmareva T.I., Fomenko I.F., Lutynskaya L.A. *Sovremennye i perspektivnye izmeneniya solenosti Azovskogo morya* [Modern and prospective changes in the salinity of the Azov sea]. *Zashchita okruzhayushchei sredy v neftegazovom komplekse*. 2015, No. 11, pp. 7-15.
9. Bryantsev V.A. *Metodicheskie rekomendatsii po gidrometeorologicheskomu prognozirovaniyu dlya osnovnykh ob"ektov promysla v Chernom more* [Methodical recommendations on hydrometeorological forecasting for the main objects of fishing in the Black sea]. Kerch: AzCherNIRO, 1987, 41 p.
10. Kudryavaya K.I., Seryakhov E.I., Skriptunova L.I. *Morskie gidrologicheskie prognozy* [Marine hydrological forecasts]. Leningrad: Gidrometeoizdat, 1974, 310 p.
11. Panov B.N., Spiridonova E.O. *Klimaticheskie izmeneniya polya prizemnogo atmosfernogo davleniya v Azovo-Chernomorskom regione (1960–2017 gg.)* [Climatic changes of the surface atmospheric pressure field in the Azov-black sea region (1960-2017)]. *Izv. vuzov. Sev.-Kavk. region. Estestv. nauki*. 2019, No. 2, pp. 66-73.
12. *Vtoroi otsenochnyi doklad Rosgidrometa ob izmeneniyakh klimata i ikh posledstviyakh na territorii Rossiiskoi Federatsii* [Second assessment report of Roshydromet on climate change and its consequences in the Russian Federation]. The primary volume. Moscow, 2014, pp. 125-170, 357-358.
13. Kuropatkin A.P., Shishkin V.M. [Salinity of the Azov sea and possible ways of its change]. *Ratsional'noe ispol'zovanie i okhrana prirodnnykh resursov basseinov Chernogo i Azovskogo morei* [Rational use and protection of natural resources of the Black and Azov seas basins]. Rostov-on-Don, 1988, pp. 16-20.

УДК 552.323.5

DOI 10.23683/0321-3005-2019-3-62-69

ВЕЩЕСТВЕННЫЙ СОСТАВ БАЗАЛЬТОВ И ДОЛЕРИТОВ ИЗ ДОЮРСКОГО ОСНОВАНИЯ ЗАПАДНО-СИБИРСКОЙ ПЛИТЫ (ВЕРХНЕХУДОСЕЙСКАЯ ПЛОЩАДЬ, ЯНАО)*

© 2019 г. В.С. Пономарев¹, К.С. Иванов¹, Ю.В. Ерохин¹

¹Институт геологии и геохимии Уральского отделения РАН, Екатеринбург, Россия

COMPOSITION OF BASALTS AND DOLERITES FROM THE PRE-JURASSIC BASIS OF THE WEST SIBERIAN PLATE (VERKHNEKHUOSEYSKAYA AREA, YNAD)

V.S. Ponomarev¹, K.S. Ivanov¹, Yu.V. Erokhin¹

¹Institute of Geology and Geochemistry, Ural Branch, Russian Academy of Sciences, Ekaterinburg, Russia

Пономарев Владимир Сергеевич – кандидат геолого-минералогических наук, старший научный сотрудник, Институт геологии и геохимии Уральского отделения РАН, ул. Академика Вонсовского, 15, г. Екатеринбург, 620016, Россия, e-mail: p123v@yandex.ru

Vladimir S. Ponomarev - Candidate of Geology and Mineralogy, Senior Researcher, Institute of Geology and Geochemistry, Ural Branch, Russian Academy of Sciences, Akademika Vonsovskogo St., 15, Ekaterinburg, 620016, Russia, e-mail: p123v@yandex.ru

Иванов Кирилл Святославич – доктор геолого-минералогических наук, главный научный сотрудник, Институт геологии и геохимии Уральского отделения РАН, ул. Академика Вонсовского, 15, г. Екатеринбург, 620016, Россия, e-mail: ivanovks@igg.uran.ru

Kirill S. Ivanov - Doctor of Geology and Mineralogy, Main Researcher, Institute of Geology and Geochemistry, Ural Branch, Russian Academy of Sciences, Akademika Vonsovskogo St., 15, Ekaterinburg, 620016, Russia, e-mail: ivanovks@igg.uran.ru

Ерохин Юрий Викторович – кандидат геолого-минералогических наук, ведущий научный сотрудник, Институт геологии и геохимии Уральского отделения РАН, ул. Академика Вонсовского, 15, г. Екатеринбург, 620016, Россия, e-mail: erokhin-yu@yandex.ru

Yuriy V. Erokhin - Candidate of Geology and Mineralogy, Leading Researcher, Institute of Geology and Geochemistry, Ural Branch, Russian Academy of Sciences, Akademika Vonsovskogo St., 15, Ekaterinburg, 620016, Russia, e-mail: erokhin-yu@yandex.ru

Приводятся результаты изучения вещественного состава основных вулканитов из доюрского основания северо-восточной части Западно-Сибирской плиты. Исследованы базальты и долериты Верхнехудосейской площади, расположенной на территории Красноселькупского района Тюменской области (ЯНАО). Базальты вскрыты скважиной Верхнехудосейская 1п на глубине от 3754 до 3791 м. Ниже по разрезу и до забоя (3796 м) базальты сменяются на долериты. Минералого-петрографическое изучение вулканитов показало, что базальты и долериты подверглись значительному постмагматическому зеленокаменному преобразованию. Практически весь первичный плагиоклаз в вулканитах замещен вторичным новообразованным альбитом. Вулканическое стекло нацело замещено вторичными агрегатами хлорита и карбоната (кальцита и магнезильного анкерита). Первичные рудные минералы базальтоидов представлены титаномagnetитом (ульвошпинелью) и ильменитом, а вторичные – рутилом. По данным микроэлементного состава пород установлено, что исследуемые породы имеют схожие геохимические черты с базальтами из Даниловского грабена Шаимского района Приуральской части Западной Сибири, а также с базальтами Колтогорско-Уренгойского рифта Западной Сибири. Вулканиты из скважины Верхнехудосейская 1п характеризуются чертами как известково-щелочных трахибазальтов островных дуг, так и базальтов континентальных рифтовых зон, что позволяет предположить, что данные базальты формировались при континентальном рифтогенезе в перми-триасе, который закладывался на палеостроводужном основании.

Ключевые слова: базальты, долериты, минералогия, петрография, геохимия, Верхнехудосейская площадь, фундамент, Западная Сибирь.

* Исследования проведены при поддержке РФФИ (проект № 18-05-70016).

The paper presents the results of studying the composition of volcanites from the pre-Jurassic base of the northeast part of the West Siberian Plate. The basalts and dolerites of the Verkhnekhudoseiskaya area, located in the Krasnoselkupsky district of the Tyumen region (YNAD), were investigated. Basalts were discovered by Verkhnekhudoseiskaya 1p well at a depth of 3.754 to 3.791 m. Below the section and to the bottom (3.796 m), basalts are replaced by dolerites. The mineralogical and petrological study of volcanites showed that basalts and dolerites underwent a significant post-magmatic greenstone transformation. Almost all of the primary plagioclase in volcanic rocks is replaced by secondary newly formed albite. Volcanic glass is completely replaced by secondary aggregates of chlorite and carbonate (calcite and magnesian ankerite). The primary ore minerals of basaltoids are represented by titanomagnetite (ulvospinel) and ilmenite, and the secondary ones are rutile. According to the microelement composition of the rocks, it was found that the studied rocks have similar geochemical features with basalts from the Danilovsky graben of the Shaimsky district of the Ural part of Western Siberia, as well as with basalts of the Koltogorsko-Urengoy rift in Western Siberia. Volcanic rocks from the Verkhnekhudoseiskaya 1p well are characterized by features of calc-alkaline trachybasalts of island arcs and basalts of continental rift zones, which suggests that these basalts were formed during continental riftingogenesis in the Permian-Triassic, which was laid on a paleo-arc base.

Keywords: basalts, dolerites, mineralogy, petrography, geochemistry, Verkhnekhudoseyskaya area, foundation, Western Siberia.

Введение

Западная Сибирь является основным источником нефти и газа России, поэтому всестороннее изучение геологического строения осадочного чехла и кровли фундамента региона важно для оценки нефтегазоносности этой огромной территории. Большое количество публикаций посвящено исследованию базальтовых комплексов из доюрского основания Западно-Сибирской плиты [1–15]. Комплексы пород фундамента Западно-Сибирского мегабассейна претерпели многостадийную эволюцию. К триасовому периоду на территории Западно-Сибирского мегабассейна завершились позднепалеозойские складчатость и гранитизация, впоследствии сжатие сменилось субширотным растяжением, в результате которого возникли рифты или грабены [1, 16, 17]. В работе [6] предположено существование в Западной Сибири позднепермско-триасового суперплюма, проявившегося в виде базальтоидного и в меньшей степени риолитового магматизма. Другими исследователями [18] базальты Западной Сибири представляются как единый геодинамический тип, связанный с главной складчатостью в смежных орогенах и названный ими синорогенным. Толейтовый магматизм среднего и позднего триаса, по сведениям этих авторов, сопровождался мощным сводовым поднятием региона, после которого наступил период регионального прогибания. Возраст базальтоидного магматизма Западно-Сибирской плиты считается синхронным с трапповым вулканизмом Сибирской платформы – $249,4 \pm 0,5$ млн лет [19]. Позже другими исследователями [15] получены данные возраста кайнотипных базальтов – $268,4 \pm 7,5$ и $268,1 \pm 7,5$ млн лет (Ar-Ar-метод), что может свидетельствовать о более

раннем вулканизме в осевых рифтовых зонах Западно-Сибирской плиты, чем в Сибирской платформе.

Пермь-триасовые комплексы Западно-Сибирского мегабассейна перекрыты толщей юрских и более молодых комплексов осадочных пород и лишь в незначительном количестве вскрыты скважинами, пробуренными до фундамента. Поэтому детальное исследование образцов керна из всех скважин, вскрывших комплексы фундамента Западной Сибири, важно для понимания геологического строения и реконструкции геодинамической эволюции региона. Изучение всех имеющихся образцов существенно расширяет базу данных глубинного строения и развития этой огромной территории. Ниже приводятся первые результаты исследования минералогического и петролого-геохимического состава вулканитов из доюрского основания Западно-Сибирского мегабассейна в районе Верхнехудосейской площади (скважина № 1п) в Ямало-Ненецком автономном округе.

Аналитические работы

Все аналитические работы были проведены в лаборатории ФХМИ Института геологии и геохимии УрО РАН (г. Екатеринбург). Химический состав минералов определялся на электронно-зондовом микроанализаторе CAMECA SX 100, аналитик В.В. Хиллер. Химический состав пород изучен на волновом спектрометре XRF-1800 (SHIMADZU), аналитики Н.П. Горбунова и Г.С. Неупокоева. Содержание редких рассеянных и редкоземельных элементов определялось на масс-спектрометре с индуктивно связанной плазмой ELAN-9000 (PerkinElmer Instruments), аналитик Д.В. Киселева.

Объект исследования

Верхнехудосейская площадь расположена примерно в 64 км на юго-запад от п. Толька, в 68 км юго-западнее от с. Киккиакки, на территории Красноселькупского района Ямало-Ненецкого автономного округа. Базальты вскрыты скважиной Верхнехудосейская 1п с глубины 3754 до 3791 м. Ниже по разрезу и до забоя (3796 м) базальты сменяются на долериты.

Результаты исследования

Базальты имеют афировую, микролитовую структуру, миндалекаменную текстуру. Минеральный состав: плагиоклаз ≈ 60 % (в том числе и карбонатизированный); хлорит ≈ 20 ; карбонат ≈ 17 ; кварц ≈ 2 ; рутил ≈ 1 %. Микролиты плагиоклаза разноориентированные и слагают 60–65 % от объема базиса. В базисе – агрегаты хлорита и карбоната, которые заместили первичный клинопироксен. Миндалины составляют 10–15% от объема породы, выполнены кварц-карбонатным агрегатом с включениями пирита. Порода претерпела интенсивные постмагматические изменения – карбонатизацию, развитие вторичных хлорита и кварца, а также пирита. Микролиты плагиоклаза размером до 0,5 мм по удлинению по составу относятся к альбиту. Из примесей в минерале отмечается только железо, характерное для плагиоклазов из вулканитов.

Микролиты альбита погружены в зеленую карбонат-хлоритовую массу, которая, по всей видимости, заместила агрегаты первичного клинопироксена, из чего можно заключить, что вулканит практически не содержал вулканического стекла. Хлорит относится к магнезиальному шамозиту с примесью магния до 7,7 мас. % MgO. Карбонат присутствует в хлоритовом агрегате и слагает скопления и отдельные зерна размером до 15 мкм. По данным микрозондового анализа, карбонат относится к магнезиальному анкериту и содержит примеси MnO до 1,5 мас. %, FeO – до 16,7 мас. % и MgO – до 6,9 мас. %. В породе встречен рутил, выделяется в виде пылевидной вкрапленности, размер зерен до 50 мкм. Минерал содержит примесь FeO до 1 мас. %. Размер миндалины до 3–4, иногда до 1 см. В миндалинах развит кальцит-кварцевый агрегат с периферией из гетита. Часто миндалины зональны – центральная часть сложена кальцитом с оторочкой гидроокислов железа, а внешняя часть сложена кальцит-кварцевым агрегатом. В периферийной части миндалины отмечаются крупные зерна пирита размером до 2–3 мм. В базисе также присутствует небольшая вкрапленность пирита размером до 50 мкм.

Долериты имеют порфировую структуру, миндалекаменную текстуру. Минеральный состав: плагиоклаз + калиевый полевой шпат ≈ 55 % (в том числе и карбонатизированный); хлорит ≈ 25 %; карбонат ≈ 12 ; кварц ≈ 3 ; рудный минерал (магнетит, ильменит, рутил, титанит) ≈ 5 %. Вкрапленники в долерите представлены вытянутыми зернами плагиоклаза размером до 4 мм. Микролиты плагиоклаза составляют до 40 % от объема базиса, погружены в хлоритовый агрегат. Форма индивидов плагиоклаза – уплощенно-таблитчатая, размер до 500 мкм. В породе наблюдаются идиоморфные игольчатые и скелетные выделения магнетита размером до 1,5 мм, а также призматических с гексагональным сечением индивидов апатита. Микролиты и вкрапленники плагиоклаза относятся к практически чистому альбиту. Матрица плагиоклаза имеет шахматную структуру, выраженную развитием вторичного калиевого полевого шпата, который образует скопления и просечки в альбите. Химический состав калиевого полевого шпата однородный и характеризуется присутствием небольшой примеси Na. Так как минерал имеет вторичный генезис, то он, по всей видимости, является низкотемпературным микроклином, а не высокотемпературным санидином. Микролиты альбита погружены в хлоритовую массу, которая, по всей видимости, заместила первичное вулканическое стекло, а также выполнила некоторые миндалины. Хлорит относится к магнезиальному шамозиту с примесью MgO до 11,5 мас. %. Рудный минерал долеритов представлен скелетными кристаллами ульвошпинели, содержащей примесь MnO до 1 мас. %. Кроме того, по всей матрице породы отмечаются тонкие иголки ильменита размером до 200 мкм с примесью MnO до 1,2 мас. %. Местами в вулканите среди хлоритовой массы отмечаются небольшие столбики рутила размером до 50 мкм. Образование рутила связано с вторичными изменениями, в результате которых произошло разложение первичных рудных титановых минералов (ульвошпинели и ильменита). В хлоритовой массе также отмечаются зерна титанита размером до 100 мкм, в составе которого присутствуют примеси Al_2O_3 до 2,9 мас. % и FeO до 4,9 мас. %. Образовался титанит по первичным кристаллам ульвошпинели. По всей матрице породы отмечаются игольчатые выделения фторапатита.

В породе наблюдаются миндалины до 15 % от объема породы, размером до 1 мм. Миндалины кварц-карбонатного, хлорит-кварц-карбонатного и гетит-кварц-карбонатного состава, как правило, с внешней хлоритовой оторочкой. Карбонат в этих

миндалилах представлен кальцитом, который содержит примеси FeO до 2,6 мас. % и MnO до 3,9 мас. %.

Вулканиды из скважины Верхнехудосейская 1п, по данным петрографического изучения, подверглись значительному изменению, хлоритизации и карбонатизации. Химический состав долеритов и базальта представлен в таблице. Потери при прокаливании пород составляют 5,70–7,20 мас. % в доле-

ритах и 12,10 мас. % в сильнохлоритизированных базальтах. Содержание SiO₂ в породах варьирует от 32,37 до 46,15 мас. %, Al₂O₃ – 11,52–14,00, Fe₂O₃ – 9,03–11,39, FeO – 5,60–9,20, K₂O – 0,93–1,27 мас. %. Породы содержат повышенное количество TiO₂ – 1,53–2,36 мас. %. По содержанию щелочей (K₂O+Na₂O = 2,65–3,01 мас. %) исследуемые породы относятся к основным вулканитам нормальной щелочности.

Химический состав пород из скважины Верхнехудосейская 1п, мас. % /
The chemical composition of rocks from the well Verkhnekhudoseiskaya 1p, wt. %

№	SiO ₂	TiO ₂	Al ₂ O ₃	Fe ₂ O ₃	P ₂ O ₅	FeO	MnO	MgO	CaO	Na ₂ O	K ₂ O	ППП	Сумма
1	42,35	1,53	11,52	9,03	0,52	8,80	0,24	5,84	9,62	1,72	0,93	7,20	99,33
2	46,15	1,71	11,99	10,70	0,60	5,60	0,21	5,70	8,40	1,82	1,19	5,70	99,81
3	32,37	2,36	14,00	11,39	0,37	9,20	0,31	5,95	9,85	0,33	1,27	12,10	99,52

Примечание. 1 – ВХУ 1п/3793,8 долерит; 2 – ВХУ 1п/3795 долерит; 3 – ВХУ 1п/3772,85 базальт хлоритизированный.

Базальты и долериты из скважины Верхнехудосейская 1п характеризуются повышенными концентрациями (г/т): Ti (до 17612), V (до 243), Mn (до 1903), Zn (до 162), Sr (до 763), Zr (до 293), Ba (до 871). Содержание редкоземельных элементов в породах 149–194 г/т. По геохимическим характеристикам долериты и базальты из скважины Верхнехудосейская 1п близки между собой, поэтому на

графиках они показаны одним полем (рис. 1а, б). Тренд распределения редкоземельных элементов, нормированных на хондрит для вулканитов, характеризуется преобладанием легких лантаноидов над тяжелыми и слабой отрицательной Eu аномалией (рис. 1а). Близкое распределение редкоземельных элементов имеют базальты океанических островов [20].

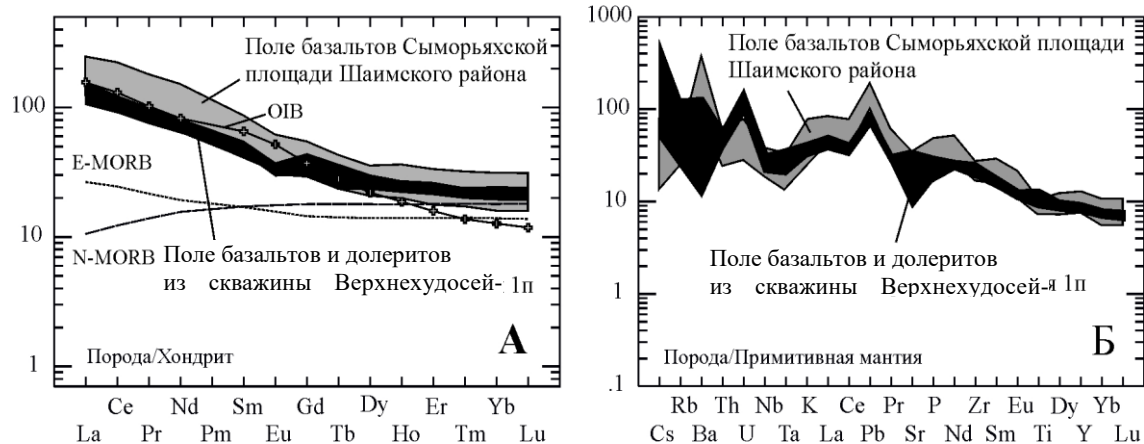


Рис. 1. Диаграммы распределения редкоземельных элементов, нормированных на хондрит (а), и редких, рассеянных и редкоземельных элементов, нормированных на примитивную мантию (б), в долеритах и базальтах из скважины Верхнехудосейская 1п [по 20] / Fig. 1. Distribution diagrams of rare-earth elements normalized to chondrite (a) and distribution of rare, scattered and rare-earth elements normalized to primitive mantle (b) in dolerites and basalts from Verkhnekhudoseiskaya 1p well [20]

На спайдер-диаграмме (рис. 1б) редких, рассеянных и редкоземельных элементов при нормировании на примитивную мантию [20] в вулканитах наблюдаются положительные аномалии по U и Pb и отрицательные аномалии по Ba и Sr.

На дискриминационных диаграммах Th – Hf/3 – Nb/16 (рис. 2а) и Th – Hf/3 – Ta (рис. 2б) базальты и долериты из скважины Верхнехудосейская 1п попадают в поле базальтов островных дуг и известково-щелочных базальтов [21].

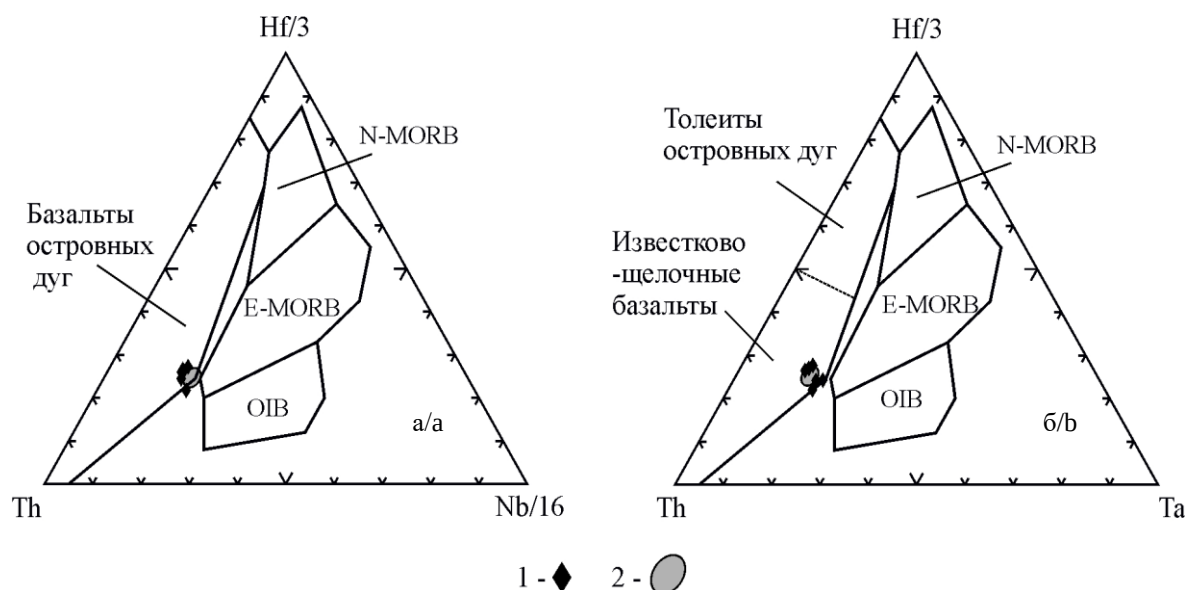


Рис. 2. Дискриминационные диаграммы Hf/3 – Th – Nb/16 (а) и Hf/3 – Th – Ta (б) [по 21]: 1 – базальты и долериты из скважины Верхнехудосейская 1п; 2 – поле базальтов Сыморьяхской площади Шаимского района Западной Сибири; N-MORB – базальты СОХ; E-MORB – обогащенные элементами примесей примитивные базальты; OIB – базальты океанических островов / Fig. 2. Discrimination diagrams Hf/3 – Th – Nb/16 (a) and Hf/3 – Th – Ta (b) [21]: 1 - basalts and dolerites from the Verkhnekhudoseiskaya 1p well; 2 - basalt field of the Symoryakhskaya area, Shaimsky district of Western Siberia; N-MORB - mid-ocean ridge basalts; E-MORB - primitive basalts enriched with impurities; OIB - oceanic island basalts

Обсуждение результатов

Базальты и долериты из скважины Верхнехудосейская 1п, как и базальты и трахибазальты Даниловского грабена Шаимского района из Приуральской части Западной Сибири и вулканыты из Западно-Таркосалинской площади (Пуровский район, ЯНАО [22]), а также вулканыты Колтогорско-Уренгойского рифта [13] имеют близкие геохимические черты. Данные вулканыты характеризуются чертами высоко- и среднекалиевых известково-щелочных базальтов, трахибазальтов островных дуг и базальтов континентальных рифтовых зон. Исследуемые базальты и долериты очень сильно изменены, и отнести их к той или иной геодинамической обстановке можно довольно условно, поскольку на геодинамических диаграммах они попадают в края полей. Исходя из геологической ситуации, можно говорить о том, что данные базальты формировались при континентальном рифтогенезе, который закладывался на палеостроводужном основании Западной Сибири. Именно переплавление островодужного палеозойского субстрата во время раннетриасового рифтогенеза и вулканизма обеспечило некоторый «островодужный» тренд в геохимии этих внутриконтинентальных (рифтовых) вулканытов. Предполагать наличие на территории Западной Сибири в триасе остров-

ных дуг было бы ошибочно, так как с триаса они куда бы не могли исчезнуть и должны были быть обнаружены при проведении геолого-геофизических исследований региона. Тем не менее островных дуг триасового возраста в Западной Сибири не обнаружено, но многими исследователями установлена система рифтов, которая активно изучается большими коллективами геологов и геофизиков.

Заключение

Изучение вещественного состава вулканытов из скважины Верхнехудосейская 1п показало, что базальты и долериты подверглись значительному постмагматическому зеленокаменному преобразованию. Практически весь первичный плагиоклаз в вулканытах замещен вторичным новообразованным альбитом. Вулканическое стекло нацело замещено вторичными агрегатами хлорита и карбоната (кальцита и магнезильного анкерита). Первичные рудные минералы базальтоидов представлены титаномagnetитом (ульвошпинелью) и ильменитом, а вторичные – рутилом. По данным микроэлементного состава пород установлено, что базальты и долериты из скважины Верхнехудосейская 1п имеют схожие геохимические черты с базальтами из Даниловского грабена Шаимского района Приуральской части Западной Сибири, а также с вул-

канитами Колтогорско-Уренгойского рифта Западной Сибири. Базальты и долериты из скважины Верхнехудосейская 1п характеризуются чертами как известково-щелочных трахибазальтов островных дуг, так и базальтов континентальных рифтовых зон, что позволяет предположить, что данные базальты формировались в триасе при континентальном рифтогенезе, который закладывался на палеостроводужном основании (возможно, состоящем из палеозойских комплексов, подобных уральским).

Литература

1. Сурков В.С., Трофимук А.А., Жеро О.Г., Конторович А.Э., Смирнов Л.В. Триасовая рифтовая система Западно-Сибирской плиты, ее влияние на структуру и нефтегазоносность платформенного мезозойско-кайнозойского чехла // Геология и геофизика. 1982. № 8. С. 3–15.
2. Журавлев Е.Г. Трапповая формация Западно-Сибирской плиты // Известия АН СССР. Серия геол. 1986. № 7. С. 26–32.
3. Конторович А.Э., Сурков В.С., Трофимук А.А., Андруевич В.Е., Афанасьев С.А., Гайдебурова Е.А., Гребенюк В.В., Данилова В.П., Запивалов Н.П., Каргодин Ю.Н., Кашистанов В.А., Конторович В.А., Краснов В.И., Левчук М.А., Меленевский В.Н., Москвин В.И., Смирнов Л.В., Фомин А.Н., Фомичев А.С., Фрадкин Г.С. Нефтегазоносные бассейны и регионы Сибири. Вып. 2: Западно-Сибирский бассейн. Новосибирск : ОИГГМ СО РАН, 1994. 201 с.
4. Кременецкий А.А., Гладких В.С. Низкокальциевые толеитовые базальты – индикатор эволюции палеогеодинамических обстановок и прогноза углеводородного сырья (по данным Тюменской сверхглубокой скв. СГ-6) // Геохимия. 1997. № 6. С. 609–617.
5. Альмухамедов А.И., Медведев А.Я., Кирда Н.П., Батурина Т.П. Триасовый вулканогенный комплекс Западной Сибири // Доклады РАН. 1998. Т. 362, № 3. С. 372–377.
6. Добрецов Н.Л. Пермско-триасовые магматизм и осадконакопление в Евразии как отражение суперплюма // Доклады РАН. 1997. Т. 354, № 2. С. 220–223.
7. Медведев А.Я., Альмухамедов А.И., Кирда Н.П. Геохимия пермтриасовых вулканитов Западной Сибири // Геология и геофизика. 2003. Т. 44. № 1, 2. С. 86–100.
8. Reichow M.K., Saunders A.D., White R.V., Al'mukhamedov A.I., Medvedev A.Ya. Geochemistry and petrogenesis of basalts from the West Siberian Basin: an extension of the Permo-Triassic Siberian Traps, Russia // Lithos. 2005. Vol. 79. P. 425–452.
9. Бочкарев В.С. Вулканогенные образования триаса Западной Сибири // Триас Западной Сибири. Новосибирск : СНИИГГиМС, 2001. С. 70–79.
10. Федоров Ю.Н. Геологическое строение и перспективы нефтегазоносности области сочленения Приполярного Урала и Западно-Сибирского мегабассейна : автореф. дис. ... канд. геол.-мин. наук. Екатеринбург : ИГГ УрО РАН, 2004. 28 с.
11. Иванов К.П., Иванов К.С., Федоров Ю.Н. Геохимия триасовых вулканитов Западно-Сибирской плиты (на примере туринской серии) // Геодинамика, магматизм, метаморфизм и рудообразование. Екатеринбург : ИГГ УрО РАН, 2007. С. 766–790.
12. Симонов В.А., Клец А.Г., Ступаков С.И. Базальтовые комплексы в фундаменте Западно-Сибирского осадочного бассейна (данные по параметрической скважине Майзасская-1) // Фундамент, структуры обрамления Западно-Сибирского мезозойско-кайнозойского осадочного бассейна, их геодинамическая эволюция и проблемы нефтегазоносности: материалы Всерос. науч. конф. Тюмень; Новосибирск : ИНГГ СО РАН, 2008. С. 197–201.
13. Сараев С.В., Батурина Т.П., Пономарчук В.А., Травин А.В. Пермтриасовые вулканиты Колтогорско-Уренгойского рифта Западно-Сибирской геосинеклизы // Геология и геофизика. 2009. Т. 50, № 1. С. 4–20.
14. Симонов В.А., Клец А.Г., Ковязин С.В., Ступаков С.И., Травин А.В. Физико-химические условия раннего плюмового магматизма Западной Сибири // Геология и геофизика. 2010. Т. 51, № 9. С. 1277–1297.
15. Иванов К.С., Ерохин Ю.В. О времени заложения системы триасовых рифтов Западной Сибири // Доклады РАН. 2019. Т. 486, № 1. С. 88–92.
16. Куликов П.К., Белоусов А.П., Латыпов А.А. Западно-Сибирская триасовая рифтовая система // Геотектоника. 1972. № 6. С. 79–87.
17. Конторович А.Э., Нестеров И.И., Салманов Ф.К., Сурков В.С., Трофимук А.А., Эрвье Ю.Г. Геология нефти и газа Западной Сибири. М. : Недра, 1975. 679 с.
18. Бочкарев В.С., Брехунцов А.М., Дещеня Н.П. Геодинамические обстановки формирования Западно-Сибирского бассейна и его нефтегазоносность // Тектоника земной коры и мантии: материалы XXXVIII тектон. совещания. М. : ГЕОС, 2005. Т. 1. С. 71–74.
19. Reichow M.K., Saunders A.D., White R.W., Pringle M., Al'mukhamedov A.I., Medvedev A.Ya., Kirda N.P. $^{40}\text{Ar}/^{39}\text{Ar}$ dates from the West Siberian Basin: Siberian flood basalt province doubled // Science. 2002. Vol. 296. P. 1846–1849.
20. Sun S.S., McDonough W.F. Chemical and isotopic systematics of oceanic basalts: implications for mantle composition and processes // Magmatism in Ocean Basins. London: Geol. Soc. Spec. Publ., 1989. P. 313–345.
21. Wood D.A. The application of a Th-Hf-Ta diagram to problems of tectonomagmatic classification and to establishing the nature of crustal contamination of basaltic lavas on

the British Tertiary Volcanic Province // Earth Planetary Science Letters. 1980. Vol. 50. P. 11–30.

22. Ponomarev V.S., Erokhin Yu.V., Ivanov K.S. Composition of basalts from the pre-Jurassic basement of Western Siberia (West-Tarkosalinskaya area, Yamalo-Nenets Autonomous district) // Изв. Уральского гос. горн. ун-та. 2017. Вып. 1 (45). С. 14–18.

References

1. Surkov V.S., Trofimuk A.A., Zhero O.G., Kontorovich A.E., Smirnov L.V. Triasovaya riftovaya sistema Zapadno-Sibirskoi plity, ee vliyanie na strukturu i neftegazonosnost' platformennogo mezozoiskainozoiskogo chekhla [Triassic rift system of the West Siberian Plate, its influence on the structure and oil and gas potential of the platform Mesozoic-Cenozoic cover]. *Geologiya i geofizika*. 1982, No. 8, pp. 3-15.
2. Zhuravlev E.G. Trappovaya formatsiya Zapadno-Sibirskoi plity [Trapp formation of the West Siberian Plate]. *Izvestiya AN SSSR. Seriya geol.* 1986, No. 7, pp. 26-32.
3. Kontorovich A.E., Surkov V.S., Trofimuk A.A., Andrushevich V.E., Afanasev S.A., Gaideburova E.A., Grebenyuk V.V., Danilova V.P., Zapivalov N.P., Karogodin Yu.N., Kashtanov V.A., Kontorovich V. A., Krasnov V.I., Levchuk M.A., Melenevsky V.N., Moskvina V.I., Smirnov L.V., Fomin A.N., Fomichev A.S., Fradkin G.S. *Neftegazonosnye basseiny i regiony Sibiri* [Oil and gas basins and regions of Siberia]. Vol. 2. West Siberian basin. Novosibirsk: OIGGM SO RAN, 1994, 201 p.
4. Kremenetskii A.A., Gladkikh V.S. Nizkokalievye toleitovye bazalt'y – indikator evolyutsii paleogeodinamicheskikh obstanovok i prognoza uglevodorodnogo syr'ya (po dannym Tyumenskoi sverkhglubokoi skv. SG-6) [Low potassium tholeiitic basalts are an indicator of the evolution of paleogeodynamic conditions and the forecast of hydrocarbon raw materials (according to the Tyumen super-deep well SG-6)]. *Geokhimiya*. 1997, No. 6, pp. 609-617.
5. Al'mukhamedov A.I., Medvedev A.Ya., Kirda N.P., Baturina T.P. Triasovyi vulkanogennyi kompleks Zapadnoi Sibiri [Triassic volcanic complex of Western Siberia]. *Doklady RAN*. 1998, vol. 362, No. 3, pp. 372-377.
6. Dobretsov N.L. Permsko-triasovye magmatizm i osadkonakoplenie v Evrazii kak otrazhenie superplyuma [Permian-Triassic magmatism and sedimentation in Eurasia as a reflection of superplume]. *Doklady RAN*. 1997, vol. 354, No. 2, pp. 220-223.
7. Medvedev A.Ya., Al'mukhamedov A.I., Kirda N.P. Geokhimiya permotriasovykh vulkanitov Zapadnoi Sibiri [Geochemistry of Perm-Thassic volcanics of Western Siberia]. *Geologiya i geofizika*. 2003, vol. 44, No. 1-2, pp. 86-100.
8. Reichow M.K., Saunders A.D., White R.V., Al'mukhamedov A.I., Medvedev A.Ya. Geochemistry and petrogenesis of basalts from the West Siberian Basin: an extension of the Permo-Triassic Siberian Traps, Russia. *Lithos*. 2005, vol. 79, pp. 425-452.
9. Bochkarev B.C. [Volcanogenic formations of the Triassic of Western Siberia]. *Trias Zapadnoi Sibiri* [Triassic of Western Siberia]. Novosibirsk: SNIIGGiMS, 2001, pp. 70-79.
10. Fedorov Yu.N. *Geologicheskoe stroenie i perspektivy neftegazonosnosti oblasti sochleneniya Pripolyarnogo Urala i Zapadno-Sibirskogo megabasseina* [Geological structure and prospects of oil and gas potential in the junction of the Subpolar Urals and the West Siberian megabasin]. Ekaterinburg: IGG UrO RAN, 2004, 28 p.
11. Ivanov K.P., Ivanov K.S., Fedorov Yu.N. [Geochemistry of Triassic volcanic rocks of the West Siberian Plate (on the example of the Turin series)] *Geodinamika, magmatizm, metamorfizm i rudoobrazovanie* [Geodynamics, magmatism, metamorphism and ore formation]. Ekaterinburg: IGG UrO RAN, 2007, pp. 766-790.
12. Simonov V.A., Klets A.G., Stupakov S.I. [Basalt complexes in the foundation of the West Siberian sedimentary basin (data for the Mayzasskaya-1 parametric well)]. *Fundament, struktury obramleniya Zapadno-Sibirskogo mezozoisko-kainozoiskogo osadochnogo basseina, ikh geodinamicheskaya evolyutsiya i problemy neftegazonosnosti* [Foundation, framing structures of the West Siberian Mesozoic-Cenozoic sedimentary basin, their geodynamic evolution and problems of oil and gas potential]. Proceedings of All-Russian Scientific Conference. Tyumen; Novosibirsk: INGG SO RAN, 2008, pp. 197-201.
13. Saraev C.V., Batupina T.P., Ponomapchuk V.A., Tpaivin A.V. Permotriasovye vulkanity Koltogorsko-Urengoiiskogo rifta Zapadno-Sibirskoi geosineklizy [Permo-Triassic volcanics of the Koltogorsko-Urengoiysky rift of the West Siberian geosyncline]. *Geologiya i geofizika*. 2009, vol. 50, No. 1, pp. 4-20.
14. Simonov V.A., Klets A.G., Kovyazin S.V., Stupakov S.I., Travin A.V. Fiziko-khimicheskie usloviya rannego plyumovogo magmatizma Zapadnoi Sibiri [Physicochemical conditions of early plume magmatism in Western Siberia]. *Geologiya i geofizika*. 2010, vol. 51, No. 9, pp. 1277-1297.
15. Ivanov K.S., Erokhin Yu.V. O vremeni zalozeniia sistemy triasovykh riftov Zapadnoi Sibiri [On the foundation time of the system of Triassic rifts in Western Siberia]. *Doklady RAN*. 2019, vol. 486, No. 1, pp. 88-92.
16. Kulikov P.K., Belousov A.P., Latypov A.A. Zapadno-Sibirskaya triasovaya riftovaya sistema [West Siberian Triassic Rift System]. *Geotektonika*. 1972, No. 6, pp. 79-87.
17. Kontorovich A.E., Nesterov I.I., Salmanov F.K., Surkov V.S., Trofimuk A.A., Ervier Yu.G. *Geologiya nefti i gaza Zapadnoi Sibiri* [The geology of oil and gas in Western Siberia]. Moscow: Nedra, 1975, 679 p.

18. Bochkarev V.S., Brekhuntsov A.M., Deshchenya N.P. [Geodynamic conditions of the formation of the West Siberian basin and its oil and gas potential]. *Tektonika zemnoi kory i mantii* [Tectonics of the earth's crust and mantle]. Proceedings of the 38th Tectonic Meeting. Moscow: GEOS, 2005, vol. 1, pp. 71-74.

19. Reichow M.K., Saunders A.D., White R.W., Pringle M., Al'mukhamedov A.I., Medvedev A.Ya., Kirda N.P. $^{40}\text{Ar}/^{39}\text{Ar}$ dates from the West Siberian Basin: Siberian flood basalt province doubled. *Science*. 2002, vol. 296, pp. 1846-1849.

20. Sun S.S., McDonough W.F. Chemical and isotopic systematics of oceanic basalts: implications for mantle

composition and processes. *Magmatism in Ocean Basins*. London: Geol. Soc. Spec. Publ., 1989, pp. 313-345.

21. Wood D.A. The application of a Th-Hf-Ta diagram to problems of tectonomagmatic classification and to establishing the nature of crustal contamination of basaltic lavas on the British Tertiary Volcanic Province. *Earth Planetary Science Letters*. 1980, vol. 50, pp. 11-30.

22. Ponomarev V.S., Erokhin Yu.V., Ivanov K.S. Composition of basalts from the pre-Jurassic basement of Western Siberia (West-Tarkosalinskaya area, Yamalo-Nenets autonomous district). *Izv. Ural'skogo gos. gorn. un-ta*. 2017, vol. 1, No. 45, pp. 14-18.

Поступила в редакцию / Received

29 августа 2019 г. / August 29, 2019

УДК 504.05 (98)

DOI 10.23683/0321-3005-2019-3-70-79

ТЕНДЕНЦИИ ИЗМЕНЧИВОСТИ ХИМИЧЕСКОГО СОСТАВА РЕЧНЫХ ВОД ЗАПАДНО-СИБИРСКОЙ ЧАСТИ АРКТИЧЕСКОЙ ЗОНЫ РОССИИ*

© 2019 г. О.С. Решетняк^{1,2}, А.О. Даниленко¹, Л.С. Косменко¹, М.Ю. Кондакова¹

¹Гидрохимический институт Росгидромета, Ростов-на-Дону, Россия,

²Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия,

TRENDS IN CHEMICAL COMPOSITION VARIABILITY OF RIVER WATERS OF THE WEST SIBERIAN PART OF THE ARCTIC ZONE, RUSSIA

O.S. Reshetnyak^{1,2}, A.O. Danilenko¹, L.S. Kosmenko¹, M.Yu. Kondakova¹

¹Hydrochemical Institute, Rostov-on-Don, Russia,

²Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russia,

Решетняк Ольга Сергеевна – кандидат географических наук, старший научный сотрудник, доцент, Гидрохимический институт, пр. Стачки, 198, г. Ростов-на-Дону, 344090; доцент, кафедра геоэкологии и прикладной геохимии, Институт наук о Земле, Южный федеральный университет, ул. Зорге, 40, г. Ростов-на-Дону, 344090, Россия, e-mail: olgare1@mail.ru

Olga S. Reshetnyak - Candidate of Geography, Senior Researcher, Associate Professor, Hydrochemical Institute, Stachki Ave, 198, Rostov-on-Don, 344090, Russia; Associate Professor, Department of Geoecology and Applied Geochemistry, Institute of Earth Sciences, Southern Federal University, Zorge St., 40, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: olgare1@mail.ru

Даниленко Аlesia Олеговна – кандидат биологических наук, старший научный сотрудник, Гидрохимический институт, пр. Стачки, 198, г. Ростов-на-Дону, 344090, Россия, e-mail: aldanilenko@gmail.com

Alesia O. Danilenko - Candidate of Biological Sciences, Senior Researcher, Hydrochemical Institute, Stachki Ave, 198, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: aldanilenko@gmail.com

Косменко Людмила Семеновна – кандидат химических наук, ведущий научный сотрудник, старший научный сотрудник, Гидрохимический институт, пр. Стачки, 198, г. Ростов-на-Дону, 344090, Россия, e-mail: l.kosmenko@gidrohim.com

Lyudmila S. Kosmenko - Candidate of Chemistry, Leading Researcher, Senior Researcher, Hydrochemical Institute, Stachki Ave, 198, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: l.kosmenko@gidrohim.com

Кондакова Мария Юрьевна – кандидат биологических наук, старший научный сотрудник, Гидрохимический институт, пр. Стачки, 198, г. Ростов-на-Дону, 344090, Россия, e-mail: vesna-dm@mail.ru

Maria Yu. Kondakova - Candidate of Biological Sciences, Senior Researcher, Hydrochemical Institute, Stachki Ave, 198, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: vesna-dm@mail.ru

Представлены результаты исследования тенденций изменчивости содержания химических веществ в речных водах Западно-Сибирской части Арктической зоны России. Оценка основных тенденций временной изменчивости содержания химических веществ выполнена на основе сочетания корреляционного и регрессионного методов анализа многолетних гидрохимических данных.

Показано, что среди статистически значимых тенденций для главных ионов и органических веществ преобладают возрастающие, что может быть связано как с антропогенными факторами, так и с активизацией процессов химического выветривания пород в результате последствий глобального изменения климата. В изменчивости концентраций биогенных веществ и нефтепродуктов в реках Западно-Сибирской части Российской Арктики среди обнаруженных тенденций доминируют убывающие тренды. Среди выявленных выше закономерностей исключение составили водотоки бассейна р. Енисей. Многолетняя динамика соединений тяжелых металлов в речных водах носит разнонаправленный характер, что в большей степени обусловлено локальными факторами формирования химического состава воды арктических рек.

Результаты анализа трендов позволили оценить состояние экосистем рек исследуемой части Российской Арктики по степени изменчивости компонентного состава воды и выделить речную экосистему Енисей как самую устойчивую. Экосистемы рек Обь, Правая Хетта, Таз, Советская речка и Седэ-Яха функционируют в пере-

* Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 18-05-60165.

ходном состоянии, а на арктических участках рек Ныда, Полуй, Надым и Пур состояние речных экосистем оценено как нарушенное, и дополнительное антропогенное воздействие может усилить трансформацию химического состава их водной среды и привести к необратимым последствиям.

Ключевые слова: речные экосистемы, Арктическая зона России, тенденции, химический состав, главные ионы, биогенные вещества, органические вещества, тяжелые металлы, состояние экосистем.

The study results of chemical substances variability tendencies in the river waters of the West Siberian part of the Arctic zone of Russia are presented. The assessment of the main trends in the temporal variability of the chemicals concentrations was made on the basis of the combination of correlation and regression analysis methods for long-term hydrochemical data.

It is shown that increasing trends prevail among statistically significant for major ions and organic substances. This may be due to both anthropogenic factors and the intensification of chemical weathering processes as a result of global climate change. Among the detected trends in the variability of concentrations of biogenic substances and petroleum hydrocarbons in the rivers of the West Siberian part of the Russian Arctic, decreasing trends dominate. The watercourses of the Yenisei river basin constituted an exception among the regularities identified above.

The long-term dynamics of concentrations of heavy metal compounds in river waters are multidirectional, that largely due to local factors in the formation of the chemical composition of the water of arctic rivers.

The trend analysis' results allowed assessing the state of the river ecosystems of the studied part of the Russian Arctic by the degree of variability of the water composition and identify the Yenisei river ecosystem as the most stable. Ecosystems of the Ob, Pravaya Khetta, Taz, Sovetskaya river and Seda-Yakha rivers function in a transitional state. In the arctic parts of the Nyda, Poluy, Nadym and Pur rivers, the condition of river ecosystems is assessed as disturbed and additional anthropogenic impact may enhance the transformation of the chemical composition of their aquatic environment and lead to irreversible consequences.

Keywords: river ecosystems, Arctic zone of Russia, trends, chemical composition, main ions, biogenic substances, organic substances, heavy metals, state of ecosystems.

Введение

Арктическая зона Российской Федерации (АЗ РФ) характеризуется значительной протяженностью с запада на восток, что проявляется в неоднородности различных физико-географических характеристик на водосборах рек. На фоне пространственной изменчивости химического состава воды рек различных арктических секторов немалый интерес представляет изучение многолетних тенденций содержания в них химических веществ.

Как известно, на формирование химического состава и качество речных вод влияют две большие группы факторов – природные и антропогенные, соотношение которых постепенно меняется. Если несколько десятилетий назад основной вклад составляли природные процессы (выветривание, климатические условия на водосборе, испарение, миграция и др.), то в последнее время антропогенный фактор становится всё более значимым и для отдельных речных водосборов превосходит природные геохимические и биологические процессы.

В большей степени это касается регионов с высокоразвитой промышленностью, таких как Западная Сибирь, которая обладает уникальным природно-ресурсным потенциалом и является одним из двенадцати экономических районов России. Здесь развиты следующие отрасли: топливная промышленность, энергетика, черная и цветная металлур-

гия, машиностроение и металлообработка, лесная, деревообрабатывающая промышленность и т.д. В северных территориях региона ведется активное освоение газонефтеносных месторождений, что сопровождается интенсивным антропогенным воздействием на водные объекты Западно-Сибирской части Арктики и приводит к ухудшению качества воды и нарушению состояния речных экосистем [1–4].

Кроме усиления антропогенного воздействия на формирование химического состава речных вод оказывают влияние и глобальные процессы, в первую очередь изменение климата. Как уже отмечалось ранее [5, 6], изменения температуры воды, водности рек, количества осадков на водосборах могут приводить к трансформации химического состава речных вод. Однако влияние климатических изменений на химический состав воды или, точнее сказать, их проявление в виде повышения температуры воды, трансформации водного стока рек могут нивелировать друг друга. Поэтому оценки последствий этих процессов как основных показателей климатических изменений для природных вод неоднозначны.

Цель настоящего исследования – выявить и охарактеризовать основные тенденции изменения содержания химических веществ в речных водах Западно-Сибирской части АЗ РФ за многолетний период наблюдений. Это позволит в дальнейшем установить причинно-следственные связи измене-

ния химического состава речных вод АЗ РФ под влиянием природных и антропогенных факторов.

Результаты могут быть в дальнейшем использованы для оценки устойчивости их водных экосистем, вероятности трансформации их состояния, а также прогноза изменения химического состава и качества воды в условиях климатических вариаций.

Материалы и методика исследования

Как уже отмечалось ранее [7], важным этапом анализа многолетних рядов гидрохимических данных является исследование закономерностей трансформации компонентного состава водной среды, т.е. обнаружение и характеристика основной тенденции содержания химических веществ в водной среде, в том числе загрязняющих. Для выявления вероятных многолетних трендов концентраций химических веществ в качестве поискового метода был применен корреляционный анализ (более подробно методика представлена ранее [7]), а затем характер некоторых наиболее тесных связей исследован при помощи диаграмм рассеяния, построенных по среднегодовым значениям концентраций химических веществ.

Корреляционный анализ выявил значительно больше возможных многолетних трендов концентраций по сравнению с регрессионным, так как более чувствителен к направленным изменениям переменных в пределах сравнительно коротких участков временного ряда, охватывающих несколько лет. Вычисленные коэффициенты корреляции, как правило, демонстрируют слабые и умеренные по силе связи, однако отсутствие тесной корреляционной связи не всегда указывает на отсутствие тренда. Чаще низкие значения коэффициента корреляции были связаны с тем, что в течение 30-летнего периода или наблюдалась относительно непродолжительная динамика, или тренд изменил направление.

Статистические расчеты и построение графиков с оценкой уровней доверительной вероятности и параметров линейной регрессии выполнены в пакете прикладных программ STATISTICA 13.3.

В качестве объектов исследования выбраны реки или их участки в пределах Западной Сибири АЗ РФ: Ныда (п. Ныда), Обь (г. Салехард), Полуй (выше г. Салехарда), Правая Хетта (ниже пгт Пангоды), Таз (с. Красноселькуп, пгт Тазовский), Енисей (выше г. Дудинка), Советская речка (п. Советская Речка), Седэ-Яха (г. Новый Уренгой), Пур (п. Самбург, пгт Уренгой), Надым (г. Надым).

Исходные данные – многолетняя (1985–2017 гг.) гидрохимическая информация Государственной наблюдательной сети (ГНС) Росгидромета за со-

стоянием и загрязнением окружающей среды в части поверхностных вод суши. Исследование выполнено по таким показателям, как минерализация воды, содержание хлоридов, сульфатов, гидрокарбонатов, ионов кальция и магния, азота аммонийного, нитритного и нитратного, фосфатов, органических веществ (ОВ), определяемых по показателям биохимического (БПК₅) и химического (ХПК) потребления кислорода, нефтепродуктов (НФ), соединений тяжелых металлов – железа, меди, цинка и марганца.

Результаты и их обсуждение

Основные тенденции изменчивости концентраций главных ионов. Многолетняя динамика концентраций главных ионов в речных водах Западно-Сибирской части Арктики представлена в табл. 1. В целом она характеризуется следующими особенностями:

1) преобладанием трендов над отсутствием направленной динамики для всех главных ионов, кроме гидрокарбонат-ионов;

2) абсолютным доминированием возрастающих тенденций над убывающими по всем показателям и для всех исследуемых рек, кроме Енисея и Советской речки;

3) часто умеренной, а для сульфат-ионов и тесной силой связи между концентрациями химических веществ и датами отбора проб;

4) ростом минерализации природных вод в арктических реках бассейна Оби и Надым-Тазовского междуречья и отсутствием статистически значимых изменений минерализации воды рек бассейна Енисея.

Многолетний тренд ионов магния обнаруживается в большинстве участков рек Западно-Сибирской Арктики. Чаще всего тренд возрастающий, по силе слабый, реже умеренный. На р. Енисей выше г. Дудинка установлена единичная отрицательная слабая по силе связь. Умеренные по силе возрастающие тенденции характерны только для рек Правая Хетта (пгт Пангоды) и Надым (г. Надым).

Статистически значимые изменения концентраций кальция характерны для более половины участков исследуемых рек, большей частью обнаруживаясь в тех же водных объектах, что и тренд ионов магния. Более половины возрастающих трендов по силе умеренные. Единичная отрицательная умеренная по силе связь установлена для р. Енисей.

Для большей части исследуемых участков рек Западно-Сибирской Арктики выявлен многолетний тренд концентраций хлоридов и в отличие от тенденций в речных экосистемах европейской части [7] является возрастающим с умеренной силой. На Советской речке (приток р. Енисей) установлена еди-

ническая отрицательная слабая по силе связь, хотя для самого Енисея характерен слабый возрастающий тренд.

Многолетние тенденции концентраций сульфатов также отмечаются в большей части участков

рек, и все – возрастающие и сильные. Единственный тренд умеренной силы выявлен в воде р. Правая Хетта у пгт Пангоды. Для рек бассейна Енисея отсутствуют статистически значимые изменения концентраций сульфатов.

Таблица 1

Значения рангового коэффициента корреляции Кендалла между датами отбора проб и концентрациями главных ионов в реках Западно-Сибирской части Арктики / Kendall rank correlation coefficient values between sampling dates and concentrations of main ions in the rivers of the West Siberian Arctic

№ п/п	Река	Пункт наблюдений	Значения коэффициента для ионов					
			Mg ²⁺	Ca ²⁺	Cl ⁻	SO ₄ ²⁻	HCO ₃ ⁻	Σионов
1	Ныда	п. Ныда	0,23	0,20	0,36	0,57	0,18	0,39
2	Обь	г. Салехард	0,14	–	–	0,60	–	0,23
3	Полуй	Выше г. Салехарда	0,16	0,17	0,32	0,55	0,11	0,34
4	Правая Хетта	Ниже пгт Пангоды	0,30	0,33	0,19	0,34	–	0,28
5	Таз	с. Красноселькуп	–	–	0,39	0,59	–	0,20
6	Таз	пгт Тазовский	–	–	0,34	0,61	–	0,22
7	Енисей	Выше г. Дудинка	–0,31	–0,25	0,18	–	–	–
8	Советская речка	п. Советская Речка	0,14	–	–0,40	–	0,12	–
9	Седэ-Яха	г. Новый Уренгой	0,22	0,32	–	0,54	–	0,31
10	Пур	п. Самбург	0,20	0,26	0,33	0,54	0,24	0,41
11	Пур	пгт Уренгой	0,13	0,24	0,35	0,52	0,16	0,30
12	Надым	г. Надым	0,27	0,32	0,31	0,53	0,28	0,47
Всего тенденций			10	8	10	10	6	10
из них возрастающих			9	7	9	10	10	10
из них убывающих			1	1	1	0	0	0

Примечание. Статистически значимые тенденции (при $p < 0,05$ и выше) выделены цветом: зеленый цвет означает убывающую тенденцию, розовый – возрастающую; прочерк – отсутствие статистически значимой тенденции.

Среди главных ионов многолетний тренд концентраций гидрокарбонатов является менее выраженным и характерен для половины изученных участков рек Западно-Сибирской части Арктики. При этом во всех случаях это возрастающая тенденция слабой силы, за исключением р. Надым, где тенденция прироста концентраций имеет умеренную силу.

Многолетняя динамика минерализации воды в целом синхронна с тенденциями изменения концентраций главных ионов, особенно сульфатов, что свидетельствует о значительном вкладе последних в формирование минерализации воды. Для всех исследованных участков рек, кроме Енисея и Советской речки, временной тренд минерализации статистически значим, возрастает и имеет умеренную силу.

Таким образом, многолетняя динамика содержания главных ионов в речных водах Западно-

Сибирской части Арктики характеризуется большим числом возрастающих тенденций. Это может быть обусловлено не только прямым антропогенным влиянием за счет сброса неочищенных или недостаточно очищенных сточных вод, но и активизацией процессов химического выветривания пород в результате последствий глобального изменения климата: увеличения мощности сезонно-талого слоя, удлинения времени контакта подземных вод с породами, ускорения процессов термоэрозии и др. [8, 9]. Значительный охват территорий однонаправленными процессами говорит об их масштабном (региональном) характере выявленных изменений.

Редкие для арктических речных участков Западной Сибири случаи снижения концентраций главных ионов сосредоточены в пределах бассейна р. Енисей. На основе регрессионного анализа показано, что, несмотря на статистическую значимость многолетней динамики, в абсолютных величинах она незначитель-

на. Так, снижение содержания магния в р. Енисей не превышает $0,8 \text{ мг/дм}^3$ за 10 лет (рисунок а), кальция – $2,7 \text{ мг/дм}^3$ за 10 лет, а хлоридов в Советской речке – всего $0,4 \text{ мг/дм}^3$ (рисунок б).

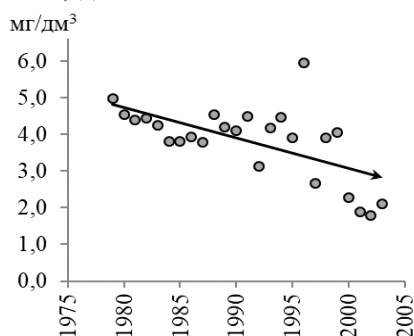
Основные тенденции изменчивости концентраций биогенных и органических веществ. Анализ многолетней динамики концентраций биогенных и органических веществ в речных водах Западно-Сибирской части АЗ РФ позволил выделить следующие закономерности (табл. 2):

1) для всех участков рек характерен многолетний убывающий тренд содержания в воде азота аммонийного, для большей части также выявлены

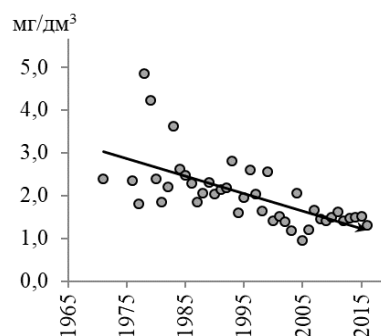
тенденции снижения содержания азота нитратного и нитритного и фосфора фосфатного;

2) общее содержание органического вещества в воде (по ХПК) большинства участков арктических рек Западной Сибири увеличивается со временем за счет роста содержания трудноокисляемых органических веществ (в основном гумусовых веществ) на фоне неопределенности в тенденциях по легкоокисляемым формам;

3) для большинства исследуемых арктических рек характерна динамика снижения содержания в воде нефтепродуктов.



Уравнение линейного тренда:
 $y = -0,082x + 167,6$ при $R^2 = 0,37$
а/а



Уравнение линейного тренда:
 $y = -0,041x + 84,2$ при $R^2 = 0,43$
б/б

Вид зависимости концентрации главных ионов во времени: а – ионы магния в воде р. Енисей; б – хлориды в воде Советской речки / Type of dependence of the main ions concentration in time: a - magnesium ions in Yenisei water; b - chlorides in water of Soviet river

Таблица 2

Значения рангового коэффициента корреляции Кендалла между датами отбора проб и концентрациями биогенных и органических веществ в реках Западно-Сибирской части Арктики / Kendall rank correlation coefficient values between sampling dates and concentrations of biogenic and organic substances in the rivers of the West Siberian Arctic

№ п/п	Река	Пункт наблюдений	Значения коэффициента корреляции						
			NH_4^+	NO_3^-	NO_2^-	PO_4^{3-}	ОВ по		НФ
							БПК ₅	ХПК	
1	Ныда	п. Ныда	-0,17	-0,11	-0,22	-0,23	–	0,16	–
2	Обь	г. Салехард	-0,27	–	–	-0,28	–	0,16	-0,25
3	Полуй	Выше г. Салехарда	-0,16	–	–	-0,10	-0,20	0,10	-0,18
4	Правая Хетта	Ниже пгт Пангоды	-0,32	0,13	–	-0,38	м.д.	–	-0,36
5	Таз	с. Красноселькуп	-0,26	-0,13	-0,31	-0,20	–	0,24	–
6	Таз	пгт Тазовский	-0,31	-0,11	-0,20	-0,18	м.д.	0,10	–
7	Енисей	Выше г. Дудинка	-0,16	-0,23	–	-0,26	–	–	-0,39
8	Советская речка	п. Советская Речка	-0,41	-0,13	-0,13	–	-0,10	–	-0,25
9	Седэ-Яха	г. Новый Уренгой	-0,18	–	–	-0,25	м.д.	0,20	-0,12
10	Пур	п. Самбург	-0,23	-0,13	-0,28	-0,22	м.д.	0,19	-0,19
11	Пур	пгт Уренгой	-0,20	-0,19	-0,24	-0,14	м.д.	0,11	–
12	Надым	г. Надым	-0,19	-0,29	-0,28	-0,26	–	0,13	–
Всего тенденций			12	9	7	11	2	9	7
из них возрастающих			0	1	0	0	0	9	0
из них убывающих			12	8	7	11	2	0	7

Примечание. Статистически значимые тенденции (при $p < 0,05$ и выше) выделены цветом: зеленый цвет означает убывающую тенденцию, розовый – возрастающую; прочерк – отсутствие статистически значимой тенденции; м.д. – мало данных.

Убывающие многолетние тренды содержания азота аммонийного, обнаруженные во всех объектах Западной Сибири, характеризуются слабой (реки Полуй, Енисей, Ныда, Седэ-Яха, Пур и Надым) или умеренной (реки Обь, Таз, Правая Хетта, Советская речка) силой.

Многолетние тенденции снижения концентраций азота нитритного и нитратного также характеризуются слабой или умеренной силой. Исключением стал участок р. Правая Хетта у пгт Пангоды, где выявлена возрастающая динамика в изменении содержания азота нитратного (табл. 2).

Почти для всех речных участков Западно-Сибирской части Арктики характерны убывающие многолетние тренды содержания фосфатов слабой или умеренной силы (за исключением Советской речки, где статистически значимая тенденция не обнаружена).

Наблюдения за содержанием легкоокисляемого органического вещества (по БПК₅) нерегулярны, и ряды характеризуются значительными пробелами, поэтому нет возможности корректно говорить о наличии или отсутствии направленной динамики в целом для участков рек на территории Западно-Сибирской Арктики.

Многолетние тренды изменения содержания общего органического вещества (по ХПК) встречаются в большинстве исследованных участков рек, все возрастающие и имеют слабую силу. Отличаются также участки рек бассейна Енисея (Енисей и Советская речка) и р. Правая Хетта, для которых характерно отсутствие статистически значимой тенденции.

Тенденции изменения концентрации нефтепродуктов в воде обнаружены более чем в половине случаях, при этом все тренды убывающие, по силе связи – слабые (Полуй, Пур и Седэ-Яха) или умеренные (Енисей, Советская речка, Правая Хетта и Обь).

Таким образом, многолетняя динамика содержания биогенных веществ и нефтепродуктов в речных водах Западно-Сибирской части Арктики отличается большим числом тенденций снижения их концентраций. Такая динамика может являться результатом действия целого комплекса факторов и причин: уменьшения антропогенной нагрузки по данным компонентам, усиления ассимиляции биогенных элементов водной растительностью в результате более благоприятных климатических условий для вегетации, а также за счет роста числа осадков на территории Западной Сибири (за период 1976–2014 гг. оно составило 30 мм/10 лет [10]) и, как следствие, возросшего водного стока и разбавляющей способности рек.

По содержанию органического вещества, напротив, наблюдается возрастающая изменчивость для большинства речных экосистем. Здесь, скорее всего, определяющим фактором является не увеличение водности рек, а усиление процессов протаивания многолетнемерзлых пород, вымывания органических веществ (в том числе гумусовых) из верхних почвенных горизонтов и других явлений [8–10], активизация которых происходит в связи с климатическими изменениями на водосборах арктических рек. Значительный охват территорий Западной Сибири однонаправленными процессами изменения содержания биогенных и органических веществ в речных водах также говорит о региональном характере их причин, т.е. влиянии общих природных или антропогенных факторов.

Основные тенденции изменчивости концентраций соединений тяжелых металлов. Характеристики основных трендов концентраций соединений металлов на территории Западно-Сибирской Арктики представлены в табл. 3. Анализ данных таблицы позволил выделить следующие особенности:

1) статистически значимые тренды имеют разнонаправленный характер: концентрации соединений железа и меди демонстрируют преимущественно отрицательные статистически значимые тренды слабой и умеренной силы; выявленные тенденции для соединений марганца только возрастающие; для содержания соединений цинка в воде характерна и возрастающая, и убывающая временная изменчивость;

2) для р. Енисей не обнаружено ни одной статистически значимой тенденции изменения содержания соединений металлов за весь период наблюдений, что может косвенно свидетельствовать о стабильности их концентраций во времени.

Более чем для половины речных участков характерны многолетние убывающие тренды концентраций соединений железа, в основном слабые по силе. Единственный возрастающий тренд концентраций железа тоже слабой силы выявлен на участке р. Пур у г. Уренгоя.

Статистически значимые убывающие тенденции в изменчивости концентраций соединений меди встречаются для всех исследуемых речных участков на территории Западно-Сибирской части Арктики, за исключением Енисея и Правой Хетты. Сила корреляционной связи умеренная или слабая (табл. 3).

Многолетние тренды концентраций соединений цинка также выявлены во всех водных объектах, кроме тех же участков рек Енисей и Правая Хетта, но в отличие от динамики предыдущих показателей здесь встречаются и возрастающие, и убывающие тенденции слабой, реже умеренной силы.

Таблица 3

Значения рангового коэффициента корреляции Кендалла между датами отбора проб и концентрациями соединений тяжелых металлов в реках Западно-Сибирской части Арктики / Kendall rank correlation coefficient values between sampling dates and concentrations of heavy metal compounds in the rivers of the West Siberian Arctic

№ п/п	Река	Пункт наблюдений	Значения коэффициента для соединений			
			Fe	Cu	Zn	Mn
1	Ныда	п. Ныда	–	–0,27	0,16	м.д.
2	Обь	г. Салехард	–0,10	–0,19	0,19	–
3	Полуй	Выше г. Салехарда	–	–0,18	0,31	0,15
4	Правая Хетта	Ниже пгт Пангоды	–0,14	–	–	м.д.
5	Таз	с. Красноселькуп	–0,15	–0,29	–0,15	0,21
6	Таз	пгт Тазовский	–0,10	–0,35	–0,43	0,24
7	Енисей	Выше г. Дудинка	–	–	–	–
8	Советская речка	п. Советская Речка	–0,23	–0,14	–0,25	–
9	Седэ-Яха	г. Новый Уренгой	–0,26	–0,34	–0,18	–
10	Пур	п. Самбург	–	–0,12	0,17	0,26
11	Пур	пгт Уренгой	0,11	–0,34	0,18	0,27
12	Надым	г. Надым	–	–0,28	0,16	0,32
Всего тенденций			7	10	10	6
из них возрастающих			1	0	6	6
из них убывающих			6	10	4	0

Примечание: статистически значимые тенденции (при $p < 0,05$ и выше) выделены цветом: зеленый цвет означает убывающую тенденцию, розовый – возрастающую; прочерк – отсутствие статистически значимой тенденции; м.д. – мало данных.

Наблюдения за содержанием соединений марганца нерегулярны, что также не дает нам возможности судить о полной картине динамики концентраций этого металла. Для всех случаев, когда присутствуют многолетние тренды концентраций соединений марганца, все они возрастающие и имеют слабую или умеренную силу (табл. 3).

Таким образом, многолетняя динамика соединений тяжелых металлов в речных водах Западно-Сибирской Арктики носит разнонаправленный характер и в большей степени обусловлена локальными факторами формирования химического состава воды рек.

Тенденции изменчивости водного стока рек Западно-Сибирской части Арктики. Выявленные закономерности и направленность тенденций химического состава рек Западно-Сибирской части Арктики в большей степени носят региональный характер и обусловлены общими факторами. Исключение составили участки рек бассейна Енисея (Советская речка и Енисей), которые выделяются по изменчивости не только химического состава, но и водного стока.

На фоне происходящего с конца 1970-х гг. потепления климата на территории арктического бассейна

выделяют только один регион, где наблюдалось снижение годового стока рек – это бассейн Верхней Оби и Верхнего Енисея [11]. В целом, согласно данным оценочного доклада [12], годовой сток крупных рек бассейна Северного Ледовитого океана вырос на 8–15 %. Отмеченные тренды в изменениях годового стока рек не являются устойчивыми. В работе [11] показано отсутствие значимых трендов годового стока для крупнейших рек арктического бассейна (Обь, Енисей, Лена, Яна, Индигирка, Колыма), а результаты статистических расчетов свидетельствуют о том, что пока происходящие изменения находятся в пределах естественной изменчивости.

Для количественной оценки трендов временной изменчивости водного стока исследуемых арктических рек за многолетний период рассчитан ранговый коэффициент корреляции Кендалла и определены уравнения линейной регрессии. Использованы многолетние гидрологические данные с официального сайта A Regional, Electronic, Hydrographic Data Network For the Arctic Region (R-ArcticNET Abstract and Background, URL: <http://www.r-arcticnet.sr.unh.edu/v4.0/index.htm>).

Результаты статистической обработки данных о водном стоке представлены в табл. 4. Для боль-

шинства рек Западно-Сибирской части Арктики выявлено отсутствие статистически значимой тенденции изменения водности во времени. Только

для р. Енисей статистически подтверждается увеличение водного стока за многолетний период (табл. 4).

Таблица 4

Характеристики временных трендов водного стока рек Западно-Сибирской части Арктики / Characteristic of the temporal trends of the water runoff in the rivers of the West Siberian Arctic

Река, пункт наблюдений	Период наблюдений	Уравнение линейной регрессии $W=F(Y)$	R^2	Коэффициент корреляции
Таз, пос. Сидоровск	1962–2000	$W = 33,975 - 0,0335 * Y$	0,007	–0,057
Полуй, с. Полуй	1954–2000	$W = 4,1095 + 0,0015 * Y$	0,016	–0,012
Енисей, г. Игарка	1953–2016	$W = 550,3201 + 1,0956 * Y$	0,142	0,314
Пур, пос. Самбург	1953–2000	$W = 28,0684 + 0,0004 * Y$	0,000003	0,042
Надым, г. Надым	1955–2000	$W = 14,6183 - 0,0077 * Y$	0,001	–0,036
Обь, г. Салехард	1953–2016	$W = 380,7467 + 0,6053 * Y$	0,035	0,096

Примечание. Приведены ранговые коэффициенты корреляции при $p < 0,05$ и выделены цветом: серый цвет означает возрастающую тенденцию, отсутствие цвета – отсутствие тренда; W – водный сток, км³; Y (year) – год.

Классификация речных экосистем Западно-Сибирской части Арктики. Как видно из данных табл. 1–3, для разных участков рек выявлено разное количество статистически значимых тенденций изменения химического состава воды разной направленности. Очевидно, что чем больше показателей имеют направленную тенденцию во времени, тем менее устойчивой будет абиотическая составляющая речной экосистемы. По доле параметров, имеющих тренды за многолетний период, можно классифицировать речные экосистемы на здоровые – это такие экосистемы, для которых тренды имеют менее 50 % показателей, нарушенные – более 75 %, переходные – от 50 до 75 % показателей с трендами [13].

Анализ выявленных тенденций химического состава речных вод за многолетний период позволил сгруппировать речные экосистемы Западно-Сибирской части Арктики по доле показателей, характеризующихся наличием трендов:

1) здоровые – менее 50 % трендов характерно только для участка реки Енисей;

2) переходные экосистемы, в химическом составе воды которых обладают трендами от 50 до 75 % показателей, – это участки рек Обь, Правая Хетта, Таз, Советская речка и Седэ-Яха;

3) нарушенные – свыше 75 % гидрохимических показателей имеют значимый тренд, что характерно для обоих участков реки Пур и для рек Ныда, Полуй и Надым.

Таким образом, для исследуемой части Российской Арктики выделяется речная экосистема Енисей как наиболее устойчивая по изменчивости компо-

нентного состава. Половина исследуемых экосистем (Обь, Правая Хетта, Таз, Советская речка и Седэ-Яха) функционирует в переходном состоянии. Состояние же экосистем на участках рек Ныда, Полуй, Надым и Пур вызывает особую озабоченность, поскольку является менее устойчивым и оценивается как нарушенное, а дополнительное антропогенное воздействие может усилить трансформацию химического состава их водной среды и привести к необратимым последствиям.

Заключение

Проведенные исследования позволяют сделать следующие выводы об основных тенденциях содержания химических веществ в речных водах Западно-Сибирской части АЗ РФ:

1. Многолетняя динамика содержания главных ионов характеризуется большим числом возрастающих тенденций, что может быть связано как с прямым антропогенным влиянием, так и с активизацией процессов химического выветривания пород в результате последствий глобального изменения климата. Значительный охват участков рек односторонними процессами говорит о региональном характере выявленных изменений.

2. Многолетняя динамика содержания биогенных веществ и нефтепродуктов, напротив, отличается большим числом убывающих тенденций, что свидетельствует о снижении биогенной нагрузки на водосборах и уменьшении аварийных ситуаций на реках.

3. Возрастание содержания общего органического вещества наблюдается в большинстве исследуе-

рых речных экосистем, что может быть связано с природно-климатическими изменениями в регионе.

4. Многолетняя динамика соединений тяжелых металлов в речных водах Западно-Сибирской Арктики носит разнонаправленный характер. Однозначно причины этого установить не представляется возможным, но стоит отметить, что это может быть вызвано совместным воздействием различных природных и антропогенных факторов.

5. Исключение из всех выявленных закономерностей составили река Енисей и её приток Советская речка, что может быть связано как с разницей в уровне антропогенной нагрузки, так и с отличием в изменениях водности этих рек по сравнению с исследуемыми водотоками Западно-Сибирской части Арктики.

Литература

1. Никаноров А.М., Брызгалов В.А., Косменко Л.С., Решетняк О.С. Роль химического речного стока в антропогенной трансформации состояния водной среды Енисейской устьевой области // Водные ресурсы. 2010. Т. 37, № 4. С. 434–444.
2. Решетняк О.С., Брызгалов В.А., Косменко Л.С. Региональные особенности высокого уровня загрязненности рек Обь-Иртышского бассейна // Вода: химия и экология. 2013. № 6. С. 3–9.
3. Никаноров А.М., Брызгалов В.А., Косменко Л.С., Даниленко А.О. Реки материковой части Российской Арктики. Ростов н/Д.: Изд-во Южн. фед. ун-та, 2016. 276 с.
4. Решетняк О.С., Кондакова М.Ю., Даниленко А.О., Косменко Л.С., Минина Л.И. Пространственно-временная изменчивость степени загрязненности воды и состояния речных экосистем различных широтных зон Сибири // Вода: химия и экология. 2019. № 1. С. 126–137.
5. Моисеенко Т.И., Гашкина Н.А. Формирование химического состава вод озёр в условиях изменения окружающей среды. М.: Наука, 2010. 268 с.
6. Диагностический анализ состояния окружающей среды Арктической зоны Российской Федерации / отв. ред. Б.А. Моргунов. М.: Научный мир, 2011. 200 с.
7. Решетняк О.С., Кондакова М.Ю., Даниленко А.О., Косменко Л.С., Решетняк В.Н. Тенденции изменчивости химического состава речных вод европейской части Арктической зоны России // Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Естеств. науки. 2019. № 1. С. 86–94.
8. Кукушкин С.Ю. Индикатор антропогенной нагрузки на природно-территориальные комплексы при освоении нефтегазоконденсатных месторождений севера Западной Сибири: дис. ... канд. геогр. наук. СПб.: СПбГУ, 2016. 200 с.
9. Weiss N., Kaal J. Characterization of labile organic matter in Pleistocene permafrost (NE Siberia), using Thermally assisted Hydrolysis and Methylation (THM-GC MS) // Soil Biology and Biochemistry. 2018. Vol. 117. P. 203–213.

10. Джамалов Р.Г., Сафронова Т.И. Влияние многолетнемерзлых пород на формирование водных ресурсов Восточной Сибири (на примере отдельных рек Восточной Сибири) // Водные ресурсы. 2018. Т. 4, № 4. С. 341–352.

11. Водные ресурсы России и их использование / под ред. И.А. Шикломанова. СПб.: Гос. гидрол. ин-т, 2008. 600 с.

12. Оценочный доклад об изменениях климата и их последствиях на территории РФ. М.: Росгидромет, 2008. 89 с.

13. Dobiesz N.E., Hecky R.E., Johnson T.B., Sarvala J., Dettmers J.M., Lehtiniemi M., Rudstam L.G., Madenjian C.P., Witte F. Metrics of ecosystem status for large aquatic systems. A global comparison // J. of Great Lakes Research. 2010. № 36. P. 123–138.

References

1. Nikanorov A.M., Bryzgalo V.A., Kosmenko L.S., Reshetnyak O.S. Rol' khimicheskogo rechnogo stoka v antropogennoi transformatsii sostoyaniya vodnoi sredy Eniseiskoi ust'evoi oblasti [The role of chemical river flow in the anthropogenic transformation of the water environment of the Yenisei estuary]. *Vodnye resursy*. 2010, vol. 37, No. 4, pp. 434–444.
2. Reshetnyak O.S., Bryzgalo V.A., Kosmenko L.S. Regional'nye osobennosti vysokogo urovnya zagryaznenosti rek Ob'-Irtyskogo basseina [Regional features of high level of pollution of rivers of the Ob-Irtysh basin]. *Voda: khimiya i ekologiya*. 2013, No. 6, pp. 3–9.
3. Nikanorov A.M., Bryzgalo V.A., Kosmenko L.S., Danilenko A.O. *Reki materikovoï chasti Rossiiskoi Arktiki* [Rivers of the Russian Arctic mainland]. Rostov-on-Don: Izd-vo Yuzhn. fed. un-ta, 2016, 276 p.
4. Reshetnyak O.S., Kondakova M.Yu., Danilenko A.O., Kosmenko L.S., Minina L.I. Prostranstvenno-vremennaya izmenchivost' stepeni zagryaznenosti vody i sostoyaniya rechnykh ekosistem razlichnykh shirotnykh zon Sibiri [Spatio-temporal variability of the degree of water pollution and the state of river ecosystems of different latitudinal zones of Siberia]. *Voda: khimiya i ekologiya*. 2019, No. 1, pp. 126–137.
5. Moiseenko T.I., Gashkina N.A. *Formirovaniye khimicheskogo sostava vod ozer v usloviyakh izmeneniya okruzhayushchei sredy* [Formation of the chemical composition of lake waters in the changing environment]. Moscow: Nauka, 2010, 268 p.
6. *Diagnosticheskii analiz sostoyaniya okruzhayushchei sredy Arkticheskoi zony Rossiiskoi Federatsii* [Diagnostic analysis of the environment of the Arctic zone of the Russian Federation]. B.A. Morgunov (ed.). Moscow: Nauchnyi mir, 2011, 200 p.
7. Reshetnyak O.S., Kondakova M.Yu., Danilenko A.O., Kosmenko L.S., Reshetnyak V.N. Tendentsii izmenchivosti khimicheskogo sostava rechnykh vod evropeiskoi chasti Arkticheskoi zony Rossii [Trends of variability of chemical composition of river waters of the Eu-

ropean part of the Arctic zone of Russia]. *Izv. vuzov. Sev.-Kavk. region. Estestv. nauki*. 2019, No. 1, pp. 86-94.

8. Kukushkin S.Yu. *Indikator antropogennoi nagruzki na prirodno-territorial'nye komplekсы pri osvoenii neftegazokondensatnykh mestorozhdenii severa Zapadnoi Sibiri: dis. ... kand. geogr. nauk* [Indicator of anthropogenic load on natural-territorial complexes in the development of oil and gas condensate fields in the North of Western Siberia]. Saint Petersburg: SpbGU, 2016, 200 p.

9. Weiss N., Kaal J. Characterization of labile organic matter in Pleistocene permafrost (NE Siberia), using Thermally assisted Hydrolysis and Methylation (THM-GC MS). *Soil Biology and Biochemistry*. 2018, vol. 117, pp. 203-213.

10. Dzhamalov R.G., Safronova T.I. Vliyanie mnogoletnemerzlykh porod na formirovanie vodnykh resursov Vostochnoi Sibiri (na primere otdel'nykh rek Vostochnoi

Sibiri) [Influence of permafrost on the formation of water resources in Eastern Siberia (on the example of some rivers in Eastern Siberia)]. *Vodnye resursy*. 2018, vol. 4, No. 4, pp. 341-352.

11. *Vodnye resursy Rossii i ikh ispol'zovanie* [Water resources of Russia and their use]. I.A. Shiklomanov (ed.). Saint Petersburg: Gos. gidrol. in-t, 2008, 600 p.

12. *Otsenochnyi doklad ob izmeneniyakh klimata i ikh posledstviyakh na territorii RF* [Assessment report on climate change and its consequences on the territory of the Russian Federation]. Moscow: Rosgidromet, 2008, 89 p.

13. Dobiesz N.E., Hecky R.E., Johnson T.B., Sarvala J., Dettmers J.M., Lehtiniemi M., Rudstam L.G., Madenjian C.P., Witte F. Metrics of ecosystem status for large aquatic systems. A global comparison. *J. of Great Lakes Research*. 2010, No. 36, pp. 123-138.

Поступила в редакцию / Received

21 июля 2019 г. / July 21, 2019

УДК 502.171:546.212:574.58

DOI 10.23683/0321-3005-2019-3-80-87

МОНИТОРИНГ ЭРОЗИОННЫХ ПРОЦЕССОВ ВОДООХРАННОЙ ЗОНЫ ЦИМЛЯНСКОГО ВОДОХРАНИЛИЩА С ПОМОЩЬЮ ПРОГРАММНО-АППАРАТНОГО КОМПЛЕКСА

© 2019 г. Г.И. Скрипка¹, О.В. Ивлиева^{1,2}, Л.А. Беспалова^{1,2}, Л.В. Сердюк¹, Т.А. Калиманов¹

¹Российский информационно-аналитический и научно-исследовательский водохозяйственный центр,
Ростов-на-Дону, Россия,

²Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия

EROSION PROCESSES MONITORING IN THE TSIMLYANSK RESERVOIR WATER PROTECTION ZONE USING SOFTWARE AND APPARATUS COMPLEX

G.I. Skripka¹, O.V. Ivlieva^{1,2}, L.A. Beshpalova^{1,2}, L.V. Serdyuk¹, T.A. Kalimanov¹

¹Russian Information-Analytic and Research Water Economy Centre, Rostov-on-Don, Russia,

²Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russia

Скрипка Григорий Иванович – кандидат геолого-минералогических наук, доцент, заведующий отделом НИИР и ОКР по восстановлению и охране водных объектов, Российский информационно-аналитический и научно-исследовательский водохозяйственный центр, ул. Филимоновская, 174, г. Ростов-на-Дону, 344000, Россия, e-mail: skripka.grisha@yandex.ru

Ивлиева Ольга Васильевна – доктор географических наук, доцент, ведущий научный сотрудник, Российский информационно-аналитический и научно-исследовательский водохозяйственный центр, ул. Филимоновская, 174, г. Ростов-на-Дону, 344000, Россия; профессор, кафедра туризма, Высшая школа бизнеса, Южный федеральный университет, ул. 23-я линия, 43, г. Ростов-на-Дону, 344019, Россия, e-mail: ivleva.o@mail.ru

Беспалова Людмила Александровна – доктор географических наук, доцент, ведущий научный сотрудник, Российский информационно-аналитический и научно-исследовательский водохозяйственный центр, ул. Филимоновская, 174, г. Ростов-на-Дону, 344000, Россия; профессор, кафедра океанологии, Институт наук о Земле, Южный федеральный университет, ул. Зорге, 40, г. Ростов-на-Дону, 344090, Россия, e-mail: beshpalowaliudmila@yandex.ru

Сердюк Лариса Владимировна – кандидат географических наук, главный специалист, Российский информационно-аналитический и научно-исследовательский водохозяйственный центр, ул. Филимоновская, 174, г. Ростов-на-Дону, 344000, Россия, e-mail: larisa-kropyanko@yandex.ru

Калиманов Тарас Александрович – кандидат технических наук, доцент, заведующий отделом обеспечения ведения государственного водного реестра и АИС ГВР, Российский информационно-аналитический и научно-исследовательский водохозяйственный центр, ул. Филимоновская, 174, г. Ростов-на-Дону, 344000, Россия, e-mail: kalimanov_taras@mail.ru

Grigorii I. Skripka - Candidate of Geology and Mineralogy, Associate Professor, Head of a Department of Research and Development Activity for Restoration and Protection of Water Bodies, Russian Information-Analytic and Research Water Economy Centre, Filimonovskaya St., 174, Rostov-on-Don, 344000, Russia, e-mail: skripka.grisha@yandex.ru

Olga V. Ivlieva - Doctor of Geography, Associate Professor, Leading Researcher, Russian Information-Analytic and Research Water Economy Centre, Filimonovskaya St., 174, Rostov-on-Don, 344000, Russia; Professor, Department of Tourism, Higher Business School, Southern Federal University, 23 Liniya St., 43, Rostov-on-Don, 344019, Russia, e-mail: ivleva.o@mail.ru

Lyudmila A. Beshpalova - Doctor of Geography, Associate Professor, Leading Researcher, Russian Information-Analytic and Research Water Economy Centre, Filimonovskaya St., 174, Rostov-on-Don, 344000, Russia; Professor, Department of Oceanology, Institute of Earth Sciences, Southern Federal University, Zorge St., 40, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: beshpalowaliudmila@yandex.ru

Larisa V. Serdyuk - Candidate of Geography, Main Specialist, Russian Information-Analytic and Research Water Economy Centre, Filimonovskaya St., 174, Rostov-on-Don, 344000, Russia, e-mail: larisa-kropyanko@yandex.ru

Taras A. Kalimanov - Candidate of Technological Sciences, Associate Professor, Head of the Department on Securing to Carry on the State Water Register and AIS SWR, Russian Information-Analytic and Research Water Economy Centre, Filimonovskaya St., 174, Rostov-on-Don, 344000, Russia, e-mail: kalimanov_taras@mail.ru

Согласно действующим нормативно-правовым актам, информация о значении густоты эрозионной сети водоохранной зоны должна в обязательном порядке предоставляться органами, осуществляющими мониторинг водных объектов, для внесения в автоматизированную информационную систему государственного мониторинга. В качестве объекта исследований выбрана водоохранная зона Цимлянского водохранилища. Предметом исследования стала оценка густоты эрозионной сети водоохранной зоны водохранилища. Разработана и апробирована методика проведения мониторинга эрозионных процессов водоохранных зон водных объектов с использованием программно-аппаратного комплекса, созданного на базе беспилотных летательных аппаратов (БЛА) и ГИС-технологий, определен оптимальный тип цифровых моделей рельефа для оценки густоты эрозионной сети.

Ключевые слова: эрозионные формы рельефа, Цимлянское водохранилище, густота эрозионной сети, топографические карты, ортофотоплан, беспилотный летательный аппарат, цифровая модель рельефа.

According to the effective normative legal acts, information on erosion network density of the water protection zone must be surely submitted by the agencies realizing water bodies monitoring to enter the automatic information system of the state monitoring. As a research object, the Tsimlyansk reservoir water protection zone is chosen. Assessment of erosion network density of the Tsimlyansk water protection zone became a research subject. Technique to carry out monitoring erosion processes in water protection zones of water bodies using software and apparatus complex on the base of pilotless aircrafts (PA) and GIS-technologies was developed, an optimal type of relief digital models to assess the erosion network density was determined.

Keywords: relief erosion forms, Tsimlyansk reservoir, erosion network density, topographic maps, orthophotoplan, pilotless aircraft, relief digital model.

Цель исследования – апробировать методику мониторинга эрозионных процессов водоохранных зон водных объектов с помощью программно-аппаратных комплексов, создаваемых на базе БЛА и ГИС-технологий, и определить оптимальный тип картографических материалов для выполнения оценки густоты эрозионной сети водоохранных зон водных объектов.

Для достижения поставленной цели были решены следующие задачи:

- на основе серий фотоснимков с БЛА по цифровым моделям рельефа (ЦМР) и ортофотопланам, созданным в программе Agisoft PhotoScan Professional, определена густота эрозионной сети (К) на ряде участков водоохранной зоны побережья Цимлянского водохранилища;

- проведено сравнение по сходимости полученных результатов и трудоёмкости выполнения расчётов;

- определены типы эрозионных форм рельефа и измерены их морфометрические характеристики;

- даны рекомендации по организации мониторинга эрозионных процессов водоохранных зон водных объектов с использованием программно-аппаратных комплексов, созданных на базе БЛА и ГИС-технологий, определен оптимальный тип ЦМР для определения густоты эрозионной сети водоохранных зон водных объектов.

Материалы и методы. В 2017–2018 гг. РосИНИВХЦ апробировано пять методов расчёта густоты эрозионной сети, базирующихся на использовании топографических карт и материалов, полученных при компьютерной обработке фото-

снимков, сделанных с БЛА. Проведено их сравнение по сходимости полученных результатов и трудоёмкости выполнения расчётов.

Для проведения сравнительного анализа методических приёмов расчёта густоты эрозионной сети (К) было выбрано 5 участков водоохранной зоны Цимлянского водохранилища, отличающихся геологическим строением, степенью эрозионной изрезанности, положением в разных частях водохранилища и другими параметрами.

Определение значения К осуществлялось по ЦМР и ортофотопланам, созданным в программе Agisoft PhotoScan Professional, на основе серий фотоснимков, выполненных БЛА. ЦМР представлены изображением рельефа с помощью изогипс, построенных через 1 и 5 м, и картами высот, на которых положение поверхности рельефа изображается изменением цвета и его интенсивности. В качестве топографической основы для определения К были использованы варианты топографических карт масштаба 1:10 000, представленных в отчётах по определению границ водоохранной зоны и прибрежной защитной полосы Цимлянского водохранилища. Определение морфометрических характеристик эрозионных форм рельефа осуществлялось по методике, описанной в ряде публикаций [1–4].

Учитывая значительную протяжённость побережья Цимлянского водохранилища (только в пределах его озёрной части более 900 км), проведение регулярных наблюдений (мониторинга) за состоянием его водоохранной зоны и берегов традиционными методами наземных обследований крайне затруднительно. Существенно расширить возмож-

ности организаций, осуществляющих мониторинг состояния водоохранных зон и берегов крупных водных объектов, возможно за счёт более широкого использования для наблюдения БЛА, а для накопления, систематизации и анализа полученной информации – ГИС-технологий.

В 2017 г. на примере участка водоохранной зоны Цимлянского водохранилища в Дубовском районе Ростовской области была апробирована методика расчёта густоты эрозионной сети территории на основе фотоматериалов, полученных БЛА, по которым в Agisoft PhotoScan Professional созданы ЦМР с горизонталями, построенными через 1 и 5 м. Непосредственно оцифровка и расчёты выполнялись в ArcMap 10.2.2. Данная методика позволила оценить количественные показатели развития овражно-балочной сети, провести районирование степени проявления эрозионных процессов и исследовать морфологические и морфометрические характеристики эрозионных форм. Овражная (линейная) эрозия – сложный рельефообразующий процесс возникновения и развития отрицательных форм рельефа под действием временных русловых потоков. При этом основными формами являются овраги, отличающиеся многообразием морфометрических и морфологических характеристик. Помимо оврагов, широкое развитие получили эрозионные борозды (рытвины) и промоины, которые в эволюционной схеме формирования оврагов обычно рассматриваются как промежуточные, однако являются неотъемлемой частью эрозионных процессов, являющихся основными в формировании рельефа водоохранной зоны Цимлянского водохранилища. Однако комбинации эрозионных форм на исследуемой территории имеют отличия, что обусловлено геологи-

ческим строением, наличием растительности, особенностью водных потоков на различных участках. На одном участке основной формой может выступать овраг, на другом – множественные рытвины и борозды (рис. 1).



Рис.1. Ортофотоплан с точками обследования овражно-балочной сети / Fig. 1. Orthophotoplan investigation points of ravine and gully network

По ортофотопланам определялись площадь, периметр, длина оврага по тальвегу, а также ряд морфометрических характеристик поперечного профиля оврага: глубины оврага, его периметра, площади, длины тальвега (рис. 2, 3).

В результате проведённых работ было показано, что применяемая методика позволяет выявить и, следовательно, учесть при расчёте густоты эрозионной сети даже самые мелкие, формирующиеся на начальной стадии развития овражно-балочной сети, эрозионные формы. Появляется возможность отказа от проведения трудоёмких полевых работ по замеру эрозионных форм рельефа по простиранию водоохранной зоны водных объектов, а также осуществления мониторинга береговой зоны малодоступных участков.

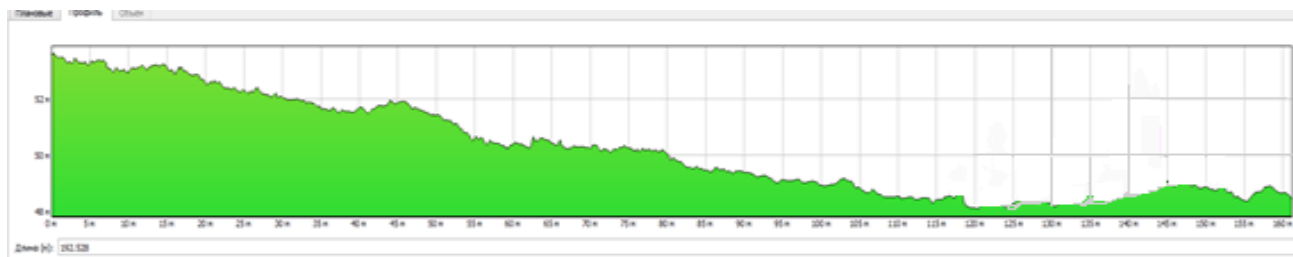


а/а

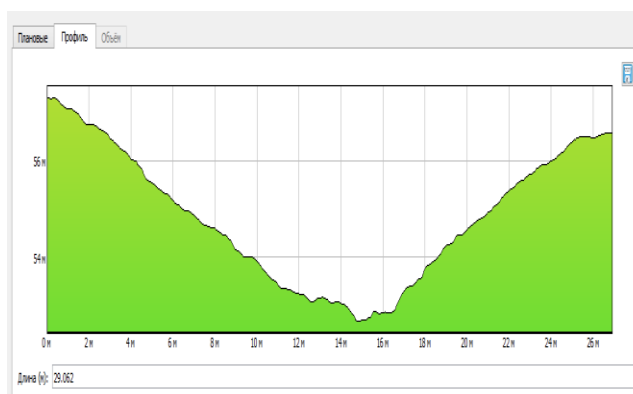
Плановые			
Профиль		Объём	
Точка	Долгота	Широта	Высота (м)
1	42.492551	47.640934	48.829
2	42.492565	47.640953	48.953
3	42.492589	47.640992	49.277
4	42.492618	47.641025	49.308
5	42.492681	47.641067	49.447
6	42.492734	47.641099	49.622
7	42.492782	47.641145	49.635
8	42.492830	47.641190	49.726
9	42.492887	47.641216	49.411
10	42.492921	47.641242	49.586
Периметр (м):		411.352	
Площадь (м²):		2567.749	
Система координат: WGS 84 (EPSG::4326)			

б/б

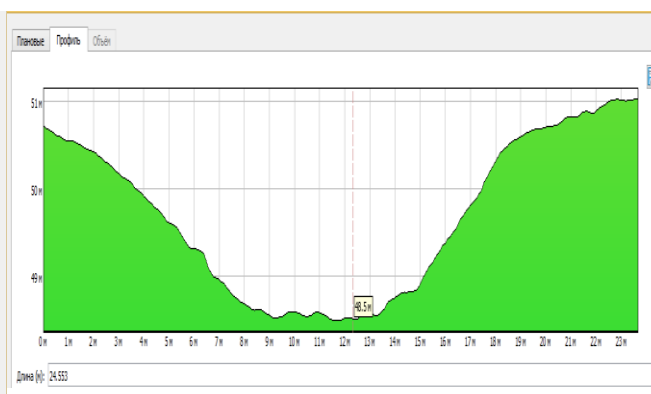
Рис. 2. Определение координат и параметров эрозионной формы (оврага): а – положение оврага на ортофотоплане; б – определение координат, периметра и площади оврага / Fig. 2. Determination of coordinates and parameters of erosion form (of ravine): a - position of ravine on orthophotoplan; b - determination of coordinates, perimeter and square of ravine



а/а



б/б



в/с

Рис. 3. Определение морфометрических характеристик оврага: а – профиль тальвега оврага; б – поперечный профиль в верхней части оврага; в – поперечный профиль в устье оврага. / Fig. 3. Determination of ravine morphometric characteristics: а - profile of ravine thalweg; b - cross profile in ravine upper part; c - cross profile in ravine mouth

На основе полученных данных по формуле $K=L/P$ рассчитывалась густота эрозионной сети (К): L – длина эрозионной сети; P – площадь оцениваемого участка. Использование БЛА позволяет дистанционно получить все параметры рельефа, необходимые для вычисления величины К в ГИС ArcMap 10.2.2, Agisoft PhotoScan Professional, что значительно упрощает выполнение данной задачи мониторинга, повышает его достоверность, обеспечивает определение величины К для любых требующих оперативной оценки участков.

С использованием данной методики была определена средняя величина К для крупного фрагмента территории водоохранной зоны Цимлянского водохранилища в Дубовском районе Ростовской области и выделенных в его границах пяти полигонов, визуально отличающихся по густоте эрозионной сети. При средней величине 9 км/км^2 по выделенным полигоном значение К изменялось от 2 до 15 км/км^2 . С помощью линейной интерполяции значения К ранжировано на три степени эрозионной расчлененности: 0–5 – низкая, 5–10 – средняя, 10–15 – высокая (рис. 4).

Следующей задачей исследований было определение густоты эрозионной сети по разным вариантам ЦМР, ортофотопланам, построенным по фотоматериалам, полученным с помощью БЛА, и топооснове, а также проведение сравнительного анализа

полученных результатов с целью выбора оптимальных исходных картографических материалов для расчёта К.

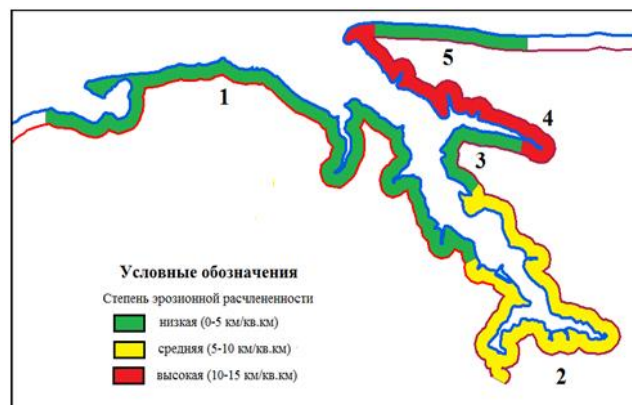


Рис. 4. Изменение степени эрозионной расчлененности участка водоохранной зоны Цимлянского водохранилища в Дубовском районе Ростовской области / Fig. 4. Change in the degree of erosion dismembering plot of the Tsimlyansk reservoir water protection zone in Dubovskii district of Rostov region

Для решения поставленной задачи проведен анализ изменения данного показателя по пяти участкам водоохранной зоны Цимлянского водохранилища, определённого с использованием разных картографических материалов (рис. 5).

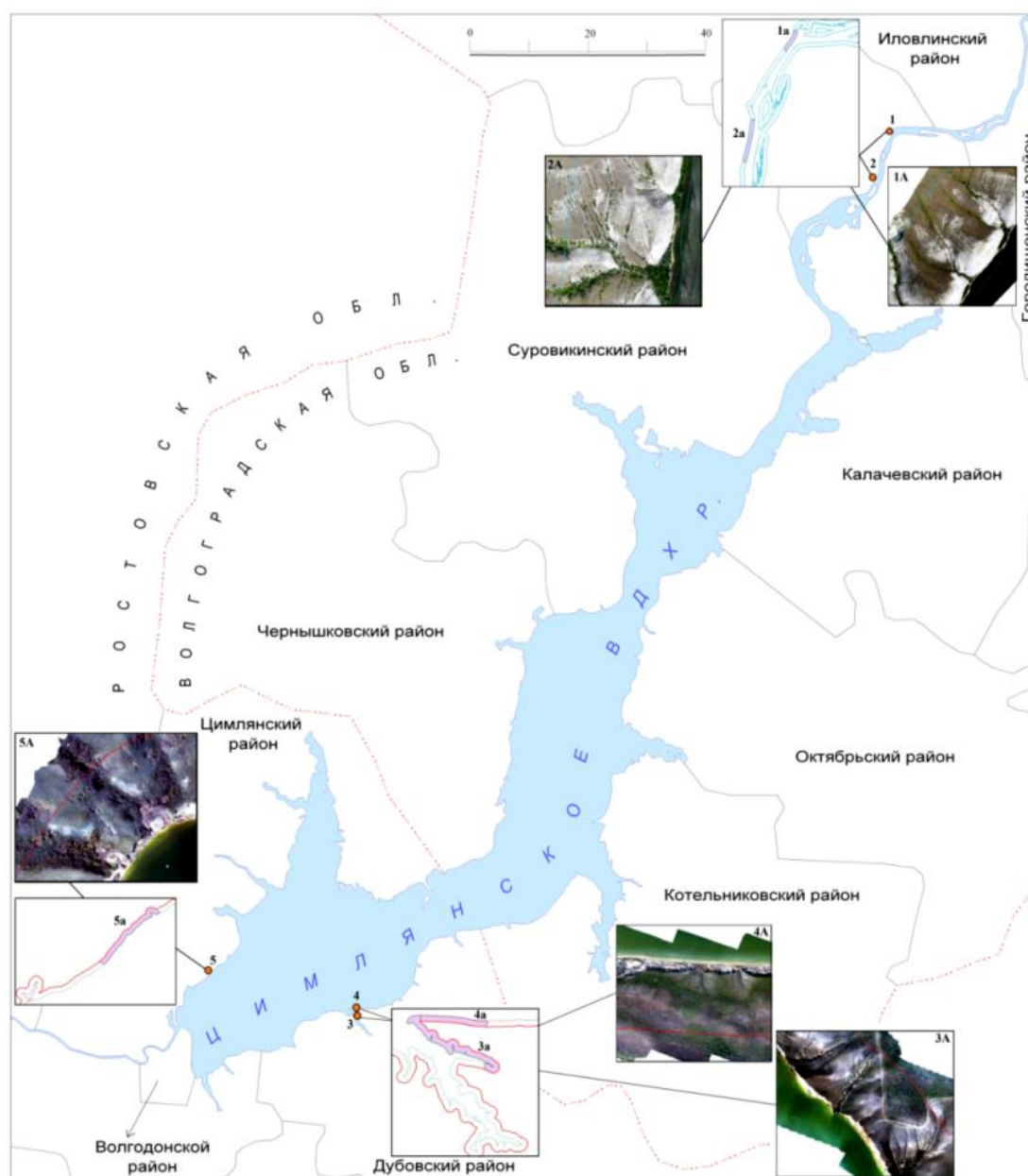


Рис. 5. Схема анализируемых участков водоохранной зоны Цимлянского водохранилища: 1 – номер участка; 1а – его вид на карте в более крупном масштабе; 1А – типовые формы рельефа участка / Fig. 5. Scheme of analysed plots of the Tsimlyansk reservoir water protection zone: 1 - plot number; 1a - its sight on map of larger scale; 1A - typical forms of plot relief

На основе серий фотоснимков, выполненных БЛА, созданы в Agisoft PhotoScan Professional ортофотопланы, карты высот и ЦМР с горизонталями, построенными через 1 и 5 м. Непосредственно оцифровка и расчеты выполнялись в ArcMap 10.2.2. (рис. 6).

Для каждого из обследованных участков определялась протяжённость тальвегов всех выделенных на его территории эрозионных форм. Тальвеги балок и оврагов уверенно фиксируются практически на всех видах материалов, использованных для

оценки густоты эрозионной сети. Исключение составили представленные в проектах водоохранной зоны Цимлянского водохранилища варианты топографических карт масштаба 1:10 000, на которых не всегда были показаны даже достаточно крупные формы эрозионного рельефа.

По возможности выявления промоин, рытвин и особенно борозд разные виды ЦМР и ортофотопланы заметно различаются, что приводит к изменению определённой по ним протяжённости тальвегов и величины К (табл. 1).

Таблица 1

Морфометрические характеристики эрозионной сети анализируемых участков водоохранной зоны Цимлянского водохранилища / Morphometric characteristics of erosion network of analysed plots in the water protection zone of the Tsimlyansk reservoir

№ участка	Географическое положение участка	Площадь участка (P), км ²	ЦМР						Морфометрические построения			
			Сечение изогипс рельефа 1 м		Сечение изогипс рельефа 5 м		Карта высот		по ортофото-плану		по несекретному варианту топоосновы М 1:10 000	
			L	K	L	K	L	K	L	K	L	K
1	Правый берег водохранилища, Калачёвский участок	0,24	7,41	30,39	5,82	23,89	6,31	26,29	4,48	18,67	0,45	1,84
2	Правый берег водохранилища, Калачёвский участок	0,46	17,49	37,72	14,11	30,42	13,9	30,22	10,88	23,65	1,61	3,47
3	Левый берег водохранилища, Приплотинный участок	1,01	15,93	15,85	14,54	14,46	10,93	10,82	9,55	9,5	6,09	6,06
4	Левый берег водохранилища, Приплотинный участок	0,47	1,84	3,95	1,56	3,34	1,31	3,02	0,98	2,08	1,06	2,27
5	Правый берег водохранилища, Приплотинный участок	0,70	8,26	11,83	7,63	10,93	6,59	9,41	4,85	6,93	0	0

Примечание. L – длина тальвега, км; K – густота эрозионной сети ($K=L/P$).

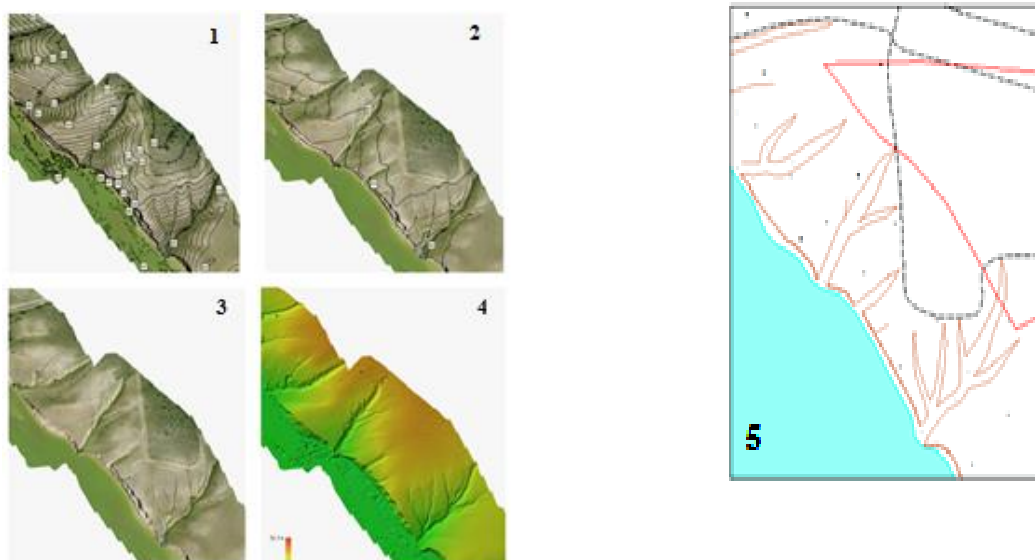


Рис. 6. Картографические материалы, использованные для оценки густоты эрозионной сети: 1 – ЦМР с изогипсами через 1 м; 2 – ЦМР с изогипсами через 5 м; 3 – ортофотоплан; 4 – ЦМР, карта высот; 5 – вариант топоосновы М 1:10 000 / Fig. 6. Cartographic materials used to assess erosion network density: 1 - RDM with isohypses in 1 m; 2 - RDM with isohypses in 5 m; 3 - orthophotoplan; 4 - RDM, map of heights; 5 - version of topobase M 1:10 000

Анализ полученных результатов позволил сделать следующие выводы:

1. При определении протяжённости тальвегов по ЦМР с сечением изогипс 1 м и 5 м значение K уменьшается на 8–21 %. Максимум потерь густоты эрозийной сети приходится на участки, где преобладают эрозийные борозды (рытвины) и промоины, что указывает на потерю при увеличении сечения горизонталей мелких эрозийных форм.

2. Увеличение потери густоты эрозийной сети (среднее значение K по пяти участкам) по сравнению с определённой по ЦМР с сечением горизонталей в 1 м происходит в ряду: ЦМР с сечением горизонталей в 5 м (14,5); карта высот (23), ортофотоплан (42 %), вариант топоосновы масштаба 1:10 000 (71 %).

3. Наибольшая сходимость результатов установлена для ЦМР с сечением горизонталей 5 м и картой

высот. Среднее значение потери густоты эрозийной сети для сравниваемых участков водоохранной зоны составило 6,5 %, в то время как на ортофотопланах по сравнению с ЦМР с сечением горизонталей 5 м в среднем потеряно 30 % данного показателя.

4. Использование материалов топографических карт М 1:10 000, представленных в проектах установления границ водоохранных зон и прибрежных защитных полос Цимлянского водохранилища, неприемлемо, так как теряется до 100 % информации по густоте эрозийной сети.

5. Наиболее оптимальным из рассмотренных методов, обеспечивающим максимально полную информацию о величине густоты эрозийной сети при минимальных временных затратах является определение данного показателя по ЦМР «Карта высот» с уточнением границ элементов эрозийного рельефа по ортофотоплану (табл. 2, рис. 7).

Таблица 2

Потеря густоты эрозийной сети (K) при определении по разным картографическим материалам, % /
A loss in erosion network density (K) under determination by different cartographic, %

Исходные материалы для расчёта K	Потеря густоты эрозийной сети по сравнению с исходными материалами при определении K			
	по ЦМР с изогипсами, построенными через 5 м	по карте высот	по ортофотоплану	по несекретному варианту топоосновы М 1:10000
ЦМР с изогипсами, построенными через 1 м	$\frac{8-21^*}{14,5}$	$\frac{14-32}{23}$	$\frac{37-47}{42}$	$\frac{42-100}{71}$
ЦМР с изогипсами, построенными через 5 м		$\frac{(-)10-26}{6,5}$	$\frac{22-38}{30}$	$\frac{32-100}{66}$
Карта высот			$\frac{13-31}{22}$	$\frac{25-100}{62,5}$
Ортофотоплан				$\frac{(-)9-100}{45,5}$

Примечание. В числителе – минимальная и максимальная величины, в знаменателе – среднее значение.

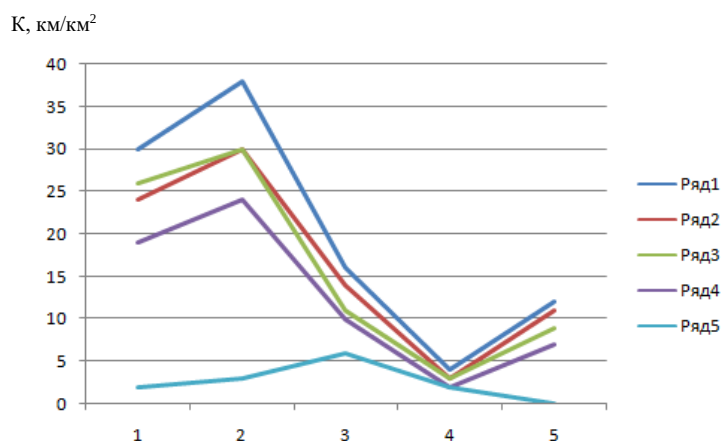


Рис. 7. Графики изменения густоты эрозийной сети (K): ряд 1 – ЦМР с изогипсами через 1 м; ряд 2 – ЦМР с изогипсами через 5 м; ряд 3 – карта высот; 4 – ортофотопланы; 5 – топооснова М 1:10 000 / Fig. 7. Graphs of changes in the density of the erosion network (K): series 1 - digital elevation model with isohypses through 1 m; series 2 - digital elevation model with isohypses through 5 m; series 3 - elevation map; 4 - orthophotos; 5 - topographic map М 1:10 000

Таким образом, проведённые исследования показали ряд очевидных преимуществ использования для мониторинга эрозионных процессов в водоохраных зонах водных объектов программно-аппаратных комплексов, создаваемых на основе БЛА и ГИС-технологий. С их применением появляется возможность без проведения трудоёмких наземных полевых обследований:

- проводить измерения на ортофотопланах площадей оврагов и оценивать площадь эрозионных форм на участках водоохранной зоны (например, на исследуемых участках в Калачевском районе площадь поражения оврагами составила 52, в Цимлянском – 49 %);

- определять важнейшие морфологические и морфометрические показатели состояния эрозионных форм рельефа (профиль тальвега, измерение длины тальвега, уклона тальвега и др.);

- осуществлять построение поперечных профилей оврага, определение глубины и ширины их днища, высоты, крутизны и задернованности склонов.

Анализ результатов использования для оценки густоты эрозионной сети водоохранной зоны различных картографических материалов, в том числе полученных с помощью БЛА, показал, что наиболее оптимальным, обеспечивающим максимально полную информацию при минимальных временных затратах является определение данного показателя по ЦМР «Карта высот» с уточнением границ элементов эрозионного рельефа по ортофотоплану

Литература

1. Об утверждении форм и порядка представления сведений, полученных в результате наблюдений за водными объектами, заинтересованными федеральными органами исполнительной власти, собственниками водных объектов и водопользователями: приказ МПР РФ от 6 февраля 2008 г. № 30 // Справочно-правовая система «Консультант плюс».

2. Косолапов А.Е., Скрипка Г.И., Беспалова Л.А., Ивлиева О.В., Филатов А.А. Исследование морфологических и морфометрических особенностей берегов Цимлянского водохранилища с использованием беспилотных летательных аппаратов и ГИС-технологий // Аридные экосистемы. 2018. № 3 (24). С. 36–42.

3. Ивлиева О.В., Скрипка Г.И., Беспалова Л.А., Калиманов Т.А., Чмыхов А.А. Мониторинг опасных экзогенных геологических процессов водоохранной

зоны Цимлянского водохранилища с использованием беспилотных летательных аппаратов // Водные ресурсы России: современное состояние и управление : материалы Всерос. научно-практ. конф.: в 2 т. г. Сочи, 8–14 октября 2018 г. Новочеркасск : Лик, 2018. Т. I. С. 313–317.

4. Kosolapov A.E., Skripka G.I., Ivlieva O.V., Beshpalova L.A., Kalimanov T.A. Monitoring of Dangerous Exogenous Geological Processes in the Water Protection Zone of Tsimlyansk Reservoir // Social and Cultural Transformations in the Context of Modern Globalism (ISEES 2018): SCTCMG2018. Int. Scient. Conf. Advances in Engineering Research. 2018. Vol. 177. P. 32–37.

References

1. Ob utverzhdenii form i poryadka predstavleniya svedenii, poluchennykh v rezul'tate nablyudenii za vodnymi ob'ektami, zainteresovannymi federal'nymi organami ispolnitel'noi vlasti, sobstvennikami vodnykh ob'ektov i vodopol'zovatelyami [About the statement of forms and the order of submission of the data received as a result of supervision of water objects interested Federal Executive authorities, owners of water objects and water users]. Order of MPR of the Russian Federation of February 6, 2008 No. 30. *Spravochno-pravovaya sistema «Konsul'tant plus»*.

2. Kosolapov A.E., Skripka G.I., Beshpalova L.A., Ivlieva O.V., Filatov A.A. Issledovanie morfologicheskikh i morfometricheskikh osobennostei beregov Tsimlyanskogo vodokhranilishcha s ispol'zovaniem bespilotnykh letatel'nykh apparatov i GIS-tekhnologii [Study of morphological and morphometric features of the shores of the Tsimlyansk reservoir using unmanned aerial vehicles and GIS technologies]. *Aridnye ekosistemy*. 2018, No. 3 (24), pp. 36–42.

3. Ivlieva O.V., Skripka G.I., Beshpalova L.A., Kalimanov T.A., Chmykhov A.A. [Monitoring of hazardous exogenous geological processes of the water protection zone of the Tsimlyansk reservoir using unmanned aerial vehicles]. *Vodnye resursy Rossii: sovremennoe sostoyanie i upravlenie* [Water resources of Russia: current state and management]. Proceedings of the All-Russian Scientific and Practical Conference: in 2 vol. Sochi, October 8–14, 2018. Novocherkassk: Lik, 2018, vol. I, pp. 313–317.

4. Kosolapov A.E., Skripka G.I., Ivlieva O.V., Beshpalova L.A., Kalimanov T.A. Monitoring of Dangerous Exogenous Geological Processes in the Water Protection Zone of Tsimlyansk Reservoir. *Social and Cultural Transformations in the Context of Modern Globalism (ISEES 2018): SCTCMG2018. Int. Scient. Conf. Advances in Engineering Research*. 2018, vol. 177, pp. 32–37.

УДК 504.054, 631.453

DOI 10.23683/0321-3005-2019-3-88-94

АНАЛИЗ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ДИНАМИКИ ЗАГРЯЗНЕНИЯ ПОЧВ ТЯЖЕЛЫМИ МЕТАЛЛАМИ В ПРЕДЕЛАХ СЕЛИТЕБНОЙ ЗОНЫ ГОРОДА МИХАЙЛОВКА

© 2019 г. Д.С. Сухоносенко¹

¹Волжский филиал Волгоградского государственного университета, Волжский, Россия

ANALYSIS OF THE SPATIAL DYNAMICS OF SOIL CONTAMINATION WITH HEAVY METALS WITHIN THE RESIDENTIAL AREA OF THE CITY OF MIKHAILOVKA

D.S. Suhonosenko¹

¹Volzhskiy-Branch, Volgograd State University, Volzhskiy, Russia

Сухоносенко Денис Сергеевич – кандидат географических наук, доцент, кафедра математики, информатики и естественных наук, Волжский филиал Волгоградского государственного университета, ул. 40 лет Победы, 11, г. Волжский, 404133, Россия, e-mail: dsuhonosenko@mail.ru

Denis S. Suhonosenko - Candidate of Geography, Associate Professor, Department of Mathematics, Informatics and Natural Sciences, Volzhskiy Branch, Volgograd State University, 40 Let Pobedy St., 11, Volzhskiy, 404133, Russia, e-mail: dsuhonosenko@mail.ru

Проведен анализ пространственного распределения содержания тяжелых металлов в почве селитебной зоны г. Михайловка. Установлено превышение фоновых концентраций валовых форм тяжелых металлов: свинца – в 1,3–3,3; меди – в 1,3–10; кадмия – в 1,5–24 раза. Кроме того, отдельные пробы превышают допустимые концентрации по валовым формам свинца, меди и кадмия. Выявлено влияние выбросов цементного завода на содержание в почве тяжелых металлов в пределах селитебной зоны города. Районы жилой зоны, расположенные ближе к цементному заводу, характеризуются более высокими концентрациями свинца, меди, цинка и кадмия. При этом наиболее интенсивная аккумуляция тяжелых металлов в почве происходит в 1,5–2-километровой зоне вокруг источника выброса. Также выявлены другие источники загрязнения почвы тяжелыми металлами. Содержание свинца, цинка и меди в почве в пределах старой жилой застройки больше, чем в новых районах. Районы индивидуальной малоэтажной застройки г. Михайловка характеризуются более низкими концентрациями тяжелых металлов в почве, чем районы типовой средне- и многоэтажной застройки.

Ключевые слова: загрязнение почвы, тяжелые металлы, пробные площадки, выбросы цементного завода, превышение фона, пространственная динамика, возраст жилой застройки.

In the framework of this work, the analysis of the spatial distribution of the content of heavy metals in the soil of the residential zone of the town of Mikhaylovka was carried out. The excess of background concentrations of gross forms of heavy metals has been established: lead - 1.3-3.3 times; copper - 1.3-10 times; cadmium - 1.5-24 times. In addition, individual samples exceed permissible concentrations in gross forms of lead, copper and cadmium. The influence of emissions from the cement plant on the content of heavy metals in the soil within the residential zone of the Mikhaylovka is revealed. Areas of the residential area located closer to the cement plant are characterized by higher concentrations of lead, copper, zinc and cadmium. At the same time, the most intensive accumulation of heavy metals in the soil occurs in the 1.5-2 km zone around the source of emission. Other sources of soil contamination with heavy metals have also been identified. The content of lead, zinc and copper in the soil within the old residential development is greater than in new areas of Mikhaylovka. The areas of individual low-rise buildings in the Mikhaylovka are characterized by lower concentrations of heavy metals in the soil than the areas of typical medium-rise and multi-storey buildings.

Keywords: soil pollution, heavy metals, trial plots, emissions of a cement plant, excess of background, spatial dynamics, age of residential development.

Постановка проблемы

В пределах городов почвенный покров неоднороден и во многом зависит не только от природных

особенностей региона, но и от функционально-градостроительных параметров и социально-исторических аспектов формирования городской среды. В пределах крупных городов естественный почвен-

ный покров практически полностью отсутствует. Вместо него сложился специфический тип покрытия, в котором строительный и бытовой мусор (стекло, куски асфальта, кирпичная крошка) смешаны с зональными почвами. При существенном химическом загрязнении почва теряет способность к продуктивности и биологическому самоочищению, изменяются состав и численность микрофлоры и мезофауны, происходит потеря экологических функций и деградация урбогеосистемы [1].

Химические параметры городских почв отражают всю совокупность техногенных воздействий, оказываемых в течение длительного срока в пределах урбанизированных территорий. При этом они являются индикаторами состояния городской среды, т.е. отражают и накапливают все виды и формы техногенных воздействий на городскую среду [2]. Необходимо отметить ландшафтно-индикационное значение загрязнения почв тяжелыми металлами. Их ореолы в почве более статичны, чем в воздухе, так как почва способна аккумулировать загрязняющие вещества в течение всего периода техногенного воздействия [1].

Проблема загрязнения почв тяжелыми металлами актуальна для многих городов Юга России. Города Ростовской области по степени загрязнения тяжелыми металлами образуют следующий ряд: Ростов-на-Дону > Гуково > Шахты > Таганрог > Новочеркасск. Приоритетными загрязняющими веществами в почвах городов являются $\text{Co} > \text{Zn} > \text{As} > \text{Pb} > \text{Cu} > \text{Ni}$ [3]. Уровень загрязнения тяжелыми металлами почв разных функциональных зон г. Ростова-на-Дону увеличивается в ряду: парковые зоны $\Rightarrow$ авторазвязки $<$ промзоны [4]. В антропогенно преобразованных почвах зон г. Ростова-на-Дону зафиксировано загрязнение практически всех горизонтов подвижными формами Mn (2,5–5 ПДК), Co (1,1–2 ПДК), Pb (2,8–4,5 ПДК), Cd (до 3,6 ПДК) [5]. Уровень загрязнения почв г. Ростова-на-Дону оценен как допустимый и умеренно опасный. При этом функциональные зоны города по убыванию количества элементов, концентрации которых превышают фон, можно ранжировать следующим образом: рекреационные = селитебные > промышленные [6].

Приоритетными загрязняющими веществами в почвах промышленного района г. Новочеркасска являются бенз(а)пирен, цинк, медь, свинец, марганец, олово, серебро, молибден, стронций и барий. Наибольшую техногенную нагрузку несут промышленно-селитебные (средний коэффициент суммарного загрязнения $Z_c = 37,1$) и дорожные линейные ландшафтные элементы ($Z_c = 28,6$) [7]. Основную роль в формировании геохимического поля города играют предприятия, связанные с металло-

обработкой, Ростовская ГРЭС, а также свалки [7, 8].

Проблема загрязнения почв тяжелыми металлами изучена в наиболее крупных городах Волгоградской области: Волгограде [9], Волжском [10], Камышине [10]. В рамках данной работы проведен анализ пространственного распределения содержания тяжелых металлов в почве селитебной зоны г. Михайловка Волгоградской области.

Пространственное распределение тяжелых металлов в почве урболандшафта зависит от расположения источников загрязнения, метеорологической обстановки (роза ветров), параметров и возраста застройки. В связи с этим в работе проанализировано влияние различных факторов на пространственную динамику концентрации тяжелых металлов в почве жилой зоны г. Михайловка.

Материалы и методы

В рамках исследования на территории жилой застройки г. Михайловка была заложена 41 пробная площадка. Все пробные площадки располагались в пределах селитебной зоны – на внутридворовых участках микрорайонов и кварталов. Вдоль автомагистралей города пробы не отбирались. Все пробные площадки располагались на участках с однородным рельефом и почвенным покровом. Отбор проб проведен на различном расстоянии (1200–4000 м) от основного источника загрязнения г. Михайловка – Себряковского цементного завода. Пробные площадки расположены на расстоянии, составляющем от 1,2 до 4,0 величины санитарно-защитной зоны промышленного источника загрязнения (1000 м). Отбор проб проведен в районах селитебной зоны с разновозрастной застройкой различного типа (индивидуальная, мало- и среднеэтажная типовые застройки). Расположение пробных площадей в пределах селитебной зоны Михайловка представлено на рисунке.

Размер пробных площадей составляет 10×10 м. Точечные пробы отобраны на пробных площадках с глубины 0–5 см. Отбор производили методом прикопок: с помощью саперной лопатки брали образцы почвы в 4 углах и из центра пробной площади, ссыпали их вместе, тщательно перемешивали, а затем методом конверта отбирали средний образец общей массой не менее 1 кг [11, 12].

Для измерения массовых концентраций тяжелых металлов был использован анализатор ТА-4. Определение концентраций элементов проводили методом инверсионной вольтамперометрии. Определялось валовое содержание свинца, меди, цинка и кадмия в почве.



Расположение пробных площадок отбора почв в пределах селитебной зоны г. Михайловка /
Location of sample plots of soil sampling within the residential area of Mikhailovka

Исходные данные

Город Михайловка расположен на правом берегу реки Медведицы. В геоморфологическом отношении территория жилой застройки находится в пределах надпойменной террасы реки Медведицы. Территория характеризуется спокойным рельефом, безлесная поверхность имеет равнинный характер. Климат района характеризуется резкой континентальностью и недостаточной увлажненностью, с холодной малоснежной зимой и сухим жарким летом. В геологическом строении территории города принимают участие приповерхностные современные техногенные отложения (пески с прослоями суглинка и глины, с включением щебня, обломками строительного мусора, металла), верхнечетвертичные аллювиальные отложения (суглинки тяжелые с прослоями песка и глины) и современные аллювиальные отложения (пойменный, русловый, старичный и ильменный подтипы). В гидрогеологическом строении исследуемой территории можно выделить несколько водоносных горизонтов. На некоторых участках в пределах г. Михайловка сформировался горизонт грунтовых вод типа верховодка на глубине 2,5–5,5 м. Второй горизонт четвертичных отложений приурочен к песчаной толще на глубине 10–14,5 м. Природно-ландшафтная основа территории города характеризуется принадлежностью к черноземно-степной зоне, подзоне разнотравно-типчаково-ковыльных умеренно засушливых степей [13]. На большей части селитебной зоны г. Михайловка

естественный почвенный покров представлен черноземами южными глинистого и тяжелосуглинистого гранулометрического состава.

Основным источником техногенного воздействия на селитебную зону является цементный завод («Себряковцемент»), расположенный в северной производственной зоне. Также загрязнение окружающей среды г. Михайловка связано с заводом силикатного кирпича (центральная производственная зона), карьером мела и песка (западная зона), предприятиями по производству асфальтобетона (южная зона). В пределах жилой зоны расположен машиностроительный завод.

На территории г. Михайловка в зависимости от преобладающего типа и размера зданий можно выделить три района: 1) район одно- и двухэтажной индивидуальной застройки; 2) район двух- и трехэтажной типовой застройки; 3) район пятиэтажной типовой застройки.

Результаты и обсуждение

В результате проведенных исследований получены данные о концентрации в почве валовых форм четырех тяжелых металлов в пределах селитебной зоны г. Михайловка (табл. 1). Количество отобранных и проанализированных проб составляет 41.

Показатель ориентировочно допустимой концентрации (ОДК) для валовой формы по цинку

составляет 220 мг/кг почвы. Превышения данного значения не было выявлено ни на одной из пробных площадей. Превышение фоновой концентрации валовой формы цинка (68 мг/кг – согласно письму Минприроды РФ № 04-25, Роскомзема № 61-5678 от 27.12.1993) обнаружено в одной пробе.

Таблица 1

Основные характеристики вариационного ряда концентрации в почве валовых форм тяжелых металлов в пределах жилой зоны г. Михайловка /
The main characteristics of the variation range of the concentration in the soil of gross forms of heavy metals within the residential area of Mikhaylovka

Значение, мг/кг			
Среднее арифметическое	Минимальное	Максимальное	Среднее геометрическое
Свинец			
10,105	2,4	65	7,504
Цинк			
28,026	9,2	69	24,38
Кадмий			
0,58	0,03	5,8	0,278
Медь			
19,003	0,39	267	5,309

Содержание меди на одной из площадок превышало показатель ОДК (130 мг/кг) в 2,1 раза. Превышение фоновой концентрации валовой формы меди (25 мг/кг) обнаружено в восьми пробах.

Показатель ПДК по свинцу составляет 32 мг/кг. Превышение данного значения (в 2 раза) выявлено в одной пробе. Превышение фоновой концентрации валовой формы свинца (20 мг/кг) обнаружено в четырех пробах. Содержание кадмия на одной площадке превышало показатель ОДК (2 мг/кг почвы) в 2,9 раза. Превышение фоновой концентрации валовой формы кадмия (0,24 мг/кг) обнаружено в семнадцати пробах.

Основным источником техногенного воздействия на селитебную зону г. Михайловка является цементный завод («Себряковцемент»). Исследования пыли различных цементных заводов показали высокое содержание в них свинца – 1800 мг/кг, цинка – 410, кадмия – 93, меди – 62 мг/кг [14]. Для выявления вклада пылевых выбросов Себряковского цементного завода в загрязнение почвы на территории жилой зоны г. Михайловка проанализированы характер и степень взаимосвязи между концентрацией тяжелого металла в почве и расстоянием между источником выброса и местом отбора пробы.

Полученные данные свидетельствуют о наличии влияния выбросов цементного завода на содержание в почве тяжелых металлов в пределах селитеб-

ной зоны Михайловки. Районы жилой зоны, расположенные ближе к Себряковскому цементному заводу, характеризуются более высокими концентрациями свинца, меди, цинка и кадмия. В зависимости от удаленности от цементного завода были выделены различные зоны жилой застройки Михайловки, отличающиеся по уровню загрязнения почвы тяжелыми металлами. Результаты представлены в табл. 2.

Таблица 2

Средние значения концентрации в почве валовых форм тяжелых металлов в различных зонах жилой застройки Михайловки, мг/кг / Average values in the soil of gross forms of heavy metals (in different residential areas of the Mikhaylovka, mg/kg)

Металл	Расстояние между цементным заводом и пробной площадкой, м		
	1200–2000	2000–3000	3000–4000
Свинец	15,279	11,287	4,65
Цинк	34,546	27,631	19,11
Кадмий	0,901	0,555	0,406
Медь	50,832	4,181	2,889

В пределах километровой зоны, как показывают аналогичные исследования по другим цементным заводам, происходит наиболее интенсивная аккумуляция тяжелых металлов в почве [15, 16]. Этим можно объяснить тот факт, что исследования, проведенные в Михайловке, выявили статистически значимую взаимосвязь между концентрацией тяжелых металлов в почве и расстоянием только для тех пробных площадок, которые расположены не далее трех километров от цементного завода. При этом наиболее интенсивная аккумуляция тяжелых металлов в почве происходит в 1,2–1,7-километровой зоне вокруг источника выброса. Так, максимальная концентрация свинца в почве обнаружена на пробной площадке, расположенной на расстоянии 1690 м от цементного завода (микрорайон между ул. Мичурина, Коммуны, Б. Хмельницкого, Некрасова). Наибольшее содержание цинка выявлено на пробной площадке, расположенной на расстоянии 1580 м (микрорайон между ул. Мичурина, Коммуны, Б. Хмельницкого, Серафимовича). Максимальная концентрация меди в почве обнаружена на пробной площадке, расположенной на расстоянии 1210 м от цементного завода (пер. Хабаровский). Наибольшее содержание кадмия выявлено на пробной площадке, расположенной на расстоянии 1210 м (пер. Хабаровский).

На расстоянии, превышающем 3 км от цементного завода, коэффициент корреляции между концентрацией тяжелых металлов и расстоянием от цементного завода либо близок к нулю, либо меняет знак на противоположный. Так, для северо-

восточного направления ветра в пределах индивидуальной застройки значение коэффициента корреляции между концентрацией кадмия и расстоянием составляет $r = +0,696$ ($t=2,565$; $p<0,04$). Это свидетельствует о влиянии источников загрязнения, расположенных южнее пробных площадок. Так, в южной части Михайловки проходят крупные автомагистрали (ул. Мира, Ленина, Фрунзе), расположены машиностроительный завод, большое количество авторемонтных мастерских и автозаправочных станций. Как известно, резина покрышек и смазочные масла содержат кадмий. Поэтому основным источником загрязнения кадмием прилегающих участков жилой зоны являются различные автотранспортные средства и объекты их обслуживания. Вторая по величине концентрация кадмия в почве обнаружена вдали от цементного завода (расстояние 3770 м), на пробной площадке, расположенной на расстоянии 140 м от машиностроительного завода и авторемонтных мастерских (ул. Гоголя, ул. Продольная).

При выявлении закономерностей загрязнения почвенного покрова тяжелыми металлами большое значение имеет временной фактор. Почва как депонирующий компонент урболандшафта отражает длительность и интенсивность поступления и накопления загрязняющих веществ.

Для выявления вклада временного фактора в уровень загрязнения почв тяжелыми металлами районы двух-, трех- и пятиэтажной типовой застройки разделены на три группы (табл. 3).

Таблица 3

Средние значения концентрации в почве валовых форм тяжелых металлов в пределах разновозрастной мало- и среднеэтажной застройки Михайловки, мг/кг / Average values of the concentration in the soil of gross forms of heavy metals within the range of low-rise and medium-rise buildings of different ages, Mikhaylovka, mg/kg

Металл	Возраст жилой застройки, лет		
	Более 50	25–50	Менее 25
Свинец	23,571	11,522	5,366
Цинк	37,714	27,766	23,333
Кадмий	0,52	0,731	0,115
Медь	4,801	3,637	2,265

Из таблицы видно, что содержание свинца, цинка и меди в почве увеличивается в более старой застройке. Выявленная закономерность связана с тем, что почвы накапливают осаждающиеся из атмосферного воздуха тяжелые металлы в течение всего периода воздействия. Чем больше возраст застройки, тем больше продолжительность депонирования выбросов загрязняющих веществ и тем выше уровень загрязнения почвенного покрова тя-

желыми металлами в пределах данного урболандшафтного участка.

Возраст поверхностного слоя почвы в пределах жилого района зачастую совпадает с возрастом застройки данного района. В пределах крупных городов естественный почвенный покров практически полностью отсутствует. Вместо него формируется специфический тип покрытия, в котором строительный и бытовой мусор (стекло, куски асфальта, кирпичная крошка) смешан с зональными почвами. Нередко при застройке территории поверхностный слой почвы полностью деформируется и замещается насыпными грунтами. Поэтому возраст застройки в том или ином районе города определяет возраст формирования того слоя почвы, в котором преимущественно накапливаются тяжелые металлы. При удалении, пертурбации, трансформации поверхностного слоя почвы изменяется содержание тяжелых металлов в этом слое. Поэтому возраст застройки в том или ином районе города во многом определяет время накопления тяжелых металлов в поверхностном слое почвы. При этом необходимо отметить, что по кадмию не получена однозначная тенденция изменения концентрации в зависимости от временного фактора.

При анализе пространственного распределения тяжелых металлов в почве в пределах урбанизированных территорий необходимо обязательно учитывать тип застройки. Районы индивидуальной малоэтажной застройки и типовой средне-, многоэтажной застройки – это урболандшафтные участки, существенно отличающиеся друг от друга по особенностям формирования и трансформации почвенного покрова. Так, в пределах частной застройки почвенный покров подвергается постоянной механической обработке, пертурбации (копка, рыхление), что значительно увеличивает скорость перемещения тяжелых металлов в нижние горизонты. В пределах многоэтажной застройки поверхностный слой почвы аккумулирует максимальное количество тяжелых металлов. В пределах индивидуальной малоэтажной застройки на приусадебных участках почва, как правило, периодически обновляется за счет дополнительного внесения субстрата (в целях повышения плодородия). Данный фактор также способствует снижению содержания тяжелых металлов в приповерхностном слое почв. Кроме того, в пределах частной застройки происходит более интенсивный переход тяжелых металлов в биомассу растений, поэтому концентрация ежегодно снижается за счет выноса с урожаем. В связи с вышеуказанными факторами сопоставление уровней загрязнения почв тяжелыми металлами в пределах районов с различной застройкой необходимо проводить осторожно.

Заключение

В рамках данной работы проведен анализ пространственного распределения содержания тяжелых металлов в почве селитебной зоны Михайловки. Выявлено влияние различных факторов на пространственную динамику концентрации тяжелых металлов в почве.

Полученные данные свидетельствуют о наличии влияния выбросов Себряковского цементного завода на содержание в почве тяжелых металлов в пределах селитебной зоны Михайловки. Районы жилой зоны, расположенные ближе к цементному заводу, характеризуются более высокими концентрациями свинца, меди, цинка и кадмия. Статистически значимая взаимосвязь между концентрацией тяжелых металлов в почве и расстоянием выявлена только для тех пробных площадок, которые расположены не далее трех километров от цементного завода. При этом наиболее интенсивная аккумуляция тяжелых металлов в почве происходит в 1,2–1,7-километровой зоне вокруг источника выброса.

Содержание свинца, цинка и меди в почве увеличивается в более старой жилой застройке Михайловки. Выявленная закономерность связана с тем, что почвы накапливают осаждающиеся из атмосферного воздуха тяжелые металлы в течение всего периода воздействия. Чем больше возраст застройки, тем больше продолжительность депонирования выбросов загрязняющих веществ и тем выше уровень загрязнения почвенного покрова тяжелыми металлами в пределах данного урболодшафтного участка.

При анализе пространственного распределения тяжелых металлов в почве в пределах урбанизированных территорий необходимо обязательно учитывать тип застройки. Районы индивидуальной малоэтажной застройки Михайловки характеризуются более низкими концентрациями тяжелых металлов в почве, чем районы типовой средне- и многоэтажной застройки.

Литература

1. Синцов А.В., Бармин А.Н., Адымова Г.У. Почвенный покров урбанизированных территорий. Астрахань: АЦТ, 2010. 163 с.
2. Макаров В.З., Новаковский Б.А., Чумаченко А.Н. Эколого-географическое картографирование городов. М.: Научный мир, 2002. 176 с.
3. Налета Е.В., Капралова О.А., Казеев К.Ш., Колесников С.И. Изменение биологических свойств почв крупных городов Ростовской области под влиянием загрязнения тяжелыми металлами // Научное обозрение. Биологические науки. 2014. № 1. С. 93–94.

4. Капралова О.А. Изменение биологических свойств почв г. Ростова-на-Дону при загрязнении тяжелыми металлами // Научный журнал КубГАУ. 2012. № 83.

5. Горбов С.Н. Почвы Ростова-на-Дону и их загрязнение тяжелыми металлами // Экология и биология почв Юга России. Ростов н/Д.: ЦВВР, 2001. С. 34–39.

6. Шишкина Д.Ю., Белая Т.Г. Эколого-геохимическая оценка почвенного покрова Октябрьского района Ростова-на-Дону // Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Естеств. науки. 2016. № 3. С. 110–115.

7. Химченко А.Г. Эколого-геохимическая оценка ландшафтов города Новочеркасска : автореф. дис. ... канд. геол.-мин. наук. Ростов н/Д., 2000. 23 с.

8. Бозуш И.Я., Лозановская И.Н., Родионов Л.М. Структура техногенного геохимического поля города Новочеркасска // Проблемы антропогенного почвообразования. Т. 2. М., 1997. С. 206–208.

9. Околелова А.А., Баева Е.В., Касьянова А.С., Калинин М.А., Тарасов А.П. Тяжелые металлы в почвах антропогенных ландшафтов Волгограда // Молодой ученый. 2013. № 4. С. 159–161. URL: <https://moluch.ru/archive/51/6636/> (дата обращения: 13.04.2019).

10. Ларионов М.В. Особенности накопления техногенных тяжелых металлов в почвах городов Среднего и Нижнего Поволжья // Вестн. Томского гос. ун-та. 2013. № 368. С. 189–194.

11. Глазовская М.А. Геохимические основы типологии и методики исследований природных ландшафтов. М.: Изд-во МГУ, 1964. 230 с.

12. Минеев В.Г. Практикум по агрохимии. М.: Изд-во МГУ, 1989.

13. Рябинина Н.О., Брылев В.А. Ландшафты Волгоградской области и критерии оценки их устойчивости к внешним воздействиям // Поволж. экол. вестн. 1997. Вып. 4. С. 26–30.

14. Какарека С.В., Кухарчик Т.И. Оценка выбросов диоксинов/фуранов на территории Беларуси // Природные ресурсы. 2001. № 1. С. 79–86.

15. Казакова Н.А. Экологическая оценка состояния почвенно-растительного покрова в зоне техногенного загрязнения (на примере Ульяновского цементного завода): автореф. дис. ... канд. биол. наук. Ульяновск, 2014.

16. Соромотин В.А. Влияние выбросов цементного завода на растительный покров Центральной Якутии (на примере Мохсоглохского цементного завода): автореф. дис. ... канд. биол. наук. Якутск, 2008.

References

1. Sintsov A.V., Barmin A.N., Adymova G.U. *Pochvennyi pokrov urbanizirovannykh territorii* [Soil cover of urban areas]. Astrakhan: ATsT, 2010, 163 p.
2. Makarov V.Z., Novakovskii B.A., Chumachenko A.N. *Ekologo-geograficheskoe kartografirovanie gorodov*

[Ecological-geographical mapping of cities]. Moscow: Nauchnyi mir, 2002, 176 p.

3. Naleta E.V., Kapralova O.A., Kazeev K.Sh., Kolesnikov S.I. Izmenenie biologicheskikh svoystv pochv krupnykh gorodov Rostovskoi oblasti pod vliyaniem zagryazneniya tyazhelymi metallami [Changes in the biological properties of soils in large cities of the Rostov region under the influence of heavy metal pollution]. *Nauchnoe obozrenie. Biologicheskie nauki*. 2014, No. 1, pp. 93-94.
4. Kapralova O.A. Izmenenie biologicheskikh svoystv pochv g. Rostova-na-Donu pri zagryaznenii tyazhelymi metallami [Changes in the biological properties of soils in the city of Rostov-on-Don when contaminated with heavy metals]. *Nauchnyi zhurnal KubGAU*. 2012, No. 83.
5. Gorbov S.N. [Soils of Rostov-on-Don and their contamination by heavy metals]. *Ekologiya i biologiya pochv Yuga Rossii* [Ecology and biology of soils of Southern Russia]. Rostov-on-Don: TsVVR, 2001, pp. 34-39.
6. Shishkina D.Yu., Belaya T.G. Ekologo-geokhimicheskaya otsenka pochvennogo pokrova Oktyabr'skogo raiona Rostova-na-Donu [Ecological and geochemical assessment of the soil cover of the Oktyabrsky district of Rostov-on-Don]. *Izve. vuzov. Sev.-Kavk. region. Estestv. nauki*. 2016, No. 3, pp. 110-115.
7. Khimchenko A.G. *Ekologo-geokhimicheskaya otsenka landshaftov goroda Novocherkasska: avtoref. dis. ... kand. geol.-min. nauk*. [Ecological and geochemical assessment of landscapes of the city of Novocherkassk]. Rostov-on-Don, 2000, 23 p.
8. Bogush I.Ya., Lozanovskaya I.N., Rodionov L.M. [The structure of the technogenic geochemical field of the city of Novocherkassk]. *Problemy antropogennogo pochvoobrazovaniya* [Problems of anthropogenic soil formation]. Moscow, 1997, vol. 2, pp. 206-208.
9. Okolelova A.A., Baeva E.V., Kas'yanova A.S., Kalinkina M.A., Tarasov A.P. Tyazhelye metally v pochvakh antropogennykh landshaftov Volgograda [Heavy metals in soils of man-made landscapes of Volgograd]. *Molodoi uchenyi*. 2013, No. 4, pp. 159-161. Available at: <https://moluch.ru/archive/51/6636/> (accessed 13.04.2019).
10. Larionov M.V. Osobennosti nakopleniya tekhnogennykh tyazhelykh metallov v pochvakh gorodov Srednego i Nizhnego Povolzh'ya [Peculiarities of accumulation of technogenic heavy metals in the soils of the cities of the Middle and Lower Volga]. *Vestn. Tomskogo gos. un-ta*. 2013, No. 368, pp. 189-194.
11. Glazovskaya M.A. *Geokhimicheskie osnovy tipologii i metodiki issledovaniy prirodnykh landshaftov* [Geochemical basis of typology and methods of research of natural landscapes]. Moscow: Izd-vo MGU, 1964, 230 p.
12. Mineev V.G. *Praktikum po agrokhimii* [Agrochemistry workshop]. Moscow: Izd-vo MGU, 1989.
13. Ryabinina N.O., Brylev V.A. Landshafty Volgogradskoi oblasti i kriterii otsenki ikh ustoichivosti k vneshnim vozdйствиям [Landscapes of the Volgograd region and criteria for assessing their resistance to external influences]. *Povolzh. ekolog. vestn.* 1997, iss. 4, pp. 26-30.
14. Kakareka S.V., Kukharchik S.V. Otsenka vybrosov dioksinov/furanov na territorii Belarusi [Estimation of dioxin / furan emissions in Belarus]. *Prirodnye resursy*. 2001, No. 1, pp. 79-86.
15. Kazakova N.A. *Ekologicheskaya otsenka sostoyaniya pochvenno-rastitel'nogo pokrova v zone tekhnogennogo zagryazneniya (na primere Ul'yanovskogo tsementnogo zavoda): avtoref. dis. ... kand. biol. nauk* [Environmental assessment of the soil and plant cover in the area of industrial pollution (for example, Ulyanovsk cement plant)]. Ulyanovsk, 2014.
16. Soromotin V.A. *Vliyanie vybrosov tsementnogo zavoda na rastitel'nyi pokrov Tsentral'noi Yakutii (na primere Mokhsogollokhskogo tsementnogo zavoda): avtoref. dis. ... kand. biol. nauk* [Influence of emissions from a cement plant on the vegetation cover of Central Yakutia (using the example of the Mokhsogollokh cement plant)]. Yakutsk, 2008.

БИОЛОГИЧЕСКИЕ НАУКИ

BIOLOGICAL SCIENCES

УДК 631.46; 57.044

DOI 10.23683/0321-3005-2019-3-95-100

ВЛИЯНИЕ НАНОЧАСТИЦ Al_2O_3 , TiO_2 , Fe_2O_3 И SiO_2 НА БИОЛОГИЧЕСКОЕ СОСТОЯНИЕ ЧЕРНОЗЕМА ОБЫКНОВЕННОГО*

© 2019 г. В.М. Вардуні¹, С.И. Колесников¹, А.Н. Тимошенко¹, К.Ш. Казеев¹, Ю.В. Акименко¹

¹Южный федеральный университет, Ростов-на-Дону, Россия

INFLUENCE OF NANOPARTICLES OF Al_2O_3 , TiO_2 , Fe_2O_3 AND SiO_2 ON THE BIOLOGICAL CONDITION OF THE CHERNOZEM ORDINARY

V.M. Varduni¹, S.I. Kolesnikov¹, A.N. Timoshenko¹, K.Sh. Kazeev¹, Yu.V. Akimenko¹

¹Southern Federal University, Rostov-on-Don, Russia

Вардуні Владимир Марэнович – аспирант, кафедра экологии и природопользования, Академия биологии и биотехнологии им. Д.И. Ивановского, Южный федеральный университет, пр. Стачки, 194/1, г. Ростов-на-Дону, 344090, Россия, e-mail: vardunivladimir@gmail.com

Vladimir M. Varduni - Postgraduate, Department of Ecology and Nature Management, Ivanovsky Academy of Biology and Biotechnology, Southern Federal University, Stachki Ave, 194/1, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: vardunivladimir@gmail.com

Колесников Сергей Ильич – доктор сельскохозяйственных наук, профессор, заведующий кафедрой экологии и природопользования, Академия биологии и биотехнологии им. Д.И. Ивановского, Южный федеральный университет, пр. Стачки, 194/1, г. Ростов-на-Дону, 344090, Россия, e-mail: kolesnikov@sfedu.ru

Sergey I. Kolesnikov - Doctor of Agricultural Sciences, Professor, Head of the Department of Ecology and Nature Management, Ivanovsky Academy of Biology and Biotechnology, Southern Federal University, Stachki Ave, 194/1, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: kolesnikov@sfedu.ru

Тимошенко Алена Николаевна – аспирант, кафедра экологии и природопользования, Академия биологии и биотехнологии им. Д.И. Ивановского, Южный федеральный университет, пр. Стачки, 194/1, г. Ростов-на-Дону, 344090, Россия, e-mail: aly9215@mail.ru

Alyona N. Timoshenko - Postgraduate, Department of Ecology and Nature Management, Ivanovsky Academy of Biology and Biotechnology, Southern Federal University, Stachki Ave, 194/1, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: aly9215@mail.ru

Казеев Камил Шагидулович – доктор географических наук, профессор, кафедра экологии и природопользования, Академия биологии и биотехнологии им. Д.И. Ивановского, Южный федеральный университет, пр. Стачки, 194/1, г. Ростов-на-Дону, 344090, Россия, e-mail: Kamil_kazeev@mail.ru

Kamil Sh. Kazeev - Doctor of Geography, Professor, Department of Ecology and Natural Management, Ivanovsky Academy of Biology and Biotechnology, Southern Federal University, Stachki Ave, 194/1, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: Kamil_kazeev@mail.ru

Акименко Юлия Викторовна – кандидат биологических наук, доцент, кафедра экологии и природопользования, Академия биологии и биотехнологии им. Д.И. Ивановского, Южный федеральный университет, пр. Стачки, 194/1, г. Ростов-на-Дону, 344090, Россия, e-mail: akimenkojuliya@mail.ru

Yuliya V. Akimenko - Candidate of Biological Sciences, Associate Professor, Department of Ecology and Natural Management, Ivanovsky Academy of Biology and Biotechnology, Southern Federal University, Stachki Ave, 194/1, Rostov-on-Don, 344090, Russia, e-mail: akimenkojuliya@mail.ru

В настоящее время влияние наночастиц на свойства почвы изучено недостаточно. Данная работа посвящена исследованию краткосрочного влияния наночастиц оксидов алюминия, титана, железа и кремния на биологическое состояние чернозема обыкновенного. Проанализировано изменение чувствительных и информативных биологических

* Исследование выполнено при поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации (5.5735.2017/8.9) и Президента Российской Федерации (НШ-3464.2018.11).

ских показателей состояния почвы (общая численность бактерий, обилие бактерий рода *Azotobacter*, активность каталазы, активность дегидрогеназ, всхожесть семян и длина корней редиса) после внесения в чернозем обыкновенный Al_2O_3 , TiO_2 , Fe_2O_3 , SiO_2 и их наночастиц в концентрациях 100, 1000 и 10000 мг/кг. Результаты показывают, что загрязнение чернозема обыкновенного Al_2O_3 , TiO_2 , Fe_2O_3 , SiO_2 и их наночастицами приводит к ухудшению его биологических свойств – снижаются все исследованные показатели. Оксиды исследуемых элементов оказали примерно равное негативное влияние на данные показатели, в то время как среди нанопорошков наиболее токсичными оказались оксиды железа и кремния, наименее – оксид алюминия. Установлено, что нанопорошки Al_2O_3 , TiO_2 , Fe_2O_3 и SiO_2 снижают биологические показатели чернозема обыкновенного в большей степени, чем «обычные» формы оксидов. Стимулирующего действия исследуемых веществ на биологические свойства чернозема обыкновенного зафиксировано не было, что говорит о высокой токсичности исследуемых веществ. Наиболее чувствительным к загрязнению Al_2O_3 , TiO_2 , Fe_2O_3 , SiO_2 и их нанопорошками оказался показатель общей численности бактерий, в наименьшей степени снижались всхожесть редиса и обилие бактерий рода *Azotobacter*.

Ключевые слова: наночастицы, загрязнение, почва, экотоксичность, биотестирование.

At present, the effect of nanoparticles on the properties of the soil and its components has been little studied. This work is devoted to the study of the short-term effect of nanoparticles of aluminum, titanium, iron and silicon oxides on the biological state of chernozem. Analyzed the change in sensitive and informative biological indicators of soil condition (total number of bacteria, abundance of bacteria of the genus *Azotobacter*, catalase activity, dehydrogenase activity, seed germination and radish root length) after adding Al_2O_3 , TiO_2 , Fe_2O_3 , SiO_2 and their nanoparticles in concentrations of 100, 1000 and 10 000 mg/kg. The results show that pollution of ordinary chernozem Al_2O_3 , TiO_2 , Fe_2O_3 , SiO_2 and their nanoparticles leads to a deterioration of its biological properties - all studied parameters decrease. The oxides of the elements under study had an approximately equal negative effect on these indicators, while among the nanopowders the oxides of iron and silicon turned out to be the most toxic, while the least toxic was aluminum oxide. It has been established that Al_2O_3 , TiO_2 , Fe_2O_3 , and SiO_2 nanopowders reduce the biological indicators of ordinary chernozem to a greater degree than the "ordinary" forms of oxides. The stimulating effect of the studied substances on the biological properties of ordinary chernozem was not recorded, which indicates a high toxicity of the studied substances. The total number of bacteria was the most sensitive to pollution of Al_2O_3 , TiO_2 , Fe_2O_3 , SiO_2 and their nanoflash; such indicators as germination of radish and abundance of bacteria of the genus *Azotobacter* decreased to the least extent.

Keywords: nanoparticles, contamination, soil, ecotoxicity, biotesting.

Введение

Нанотехнология, обширная научная область XXI в., оказывает очень значительное влияние на экономику в мире, промышленность и жизнь людей. Однако масштабное использование наночастиц в промышленности, сельском хозяйстве и других отраслях приводит к их поступлению в окружающую среду. Техногенные наночастицы выбрасываются вместе с промышленными и бытовыми отходами, что приводит к их накоплению в окружающей среде, в том числе в почве. Проникновение наночастиц в воду, почву, атмосферу может серьезно нарушить функционирование природной среды. В связи с этим все большую актуальность приобретают проблемы, связанные с оценкой потенциальных рисков влияния наночастиц на все компоненты окружающей среды.

На сегодняшний день вопрос влияния наночастиц на свойства почвы все еще недостаточно изучен, несмотря на то что почва является ведущим компонентом наземных экосистем. Литературные данные указывают как на отрицательное влияние техногенных наночастиц [1–9], так и на возможный положительный эффект на различные тест-объекты [9–13].

Цель настоящей работы состоит в оценке воздействия наночастиц оксидов алюминия, титана, железа и кремния на биологическое состояние чернозема обыкновенного.

Объекты и методы исследований

Исследование влияния наночастиц Al_2O_3 , TiO_2 , Fe_2O_3 и SiO_2 на биологические свойства почвы проводили на черноземе обыкновенном, отобранном в Ботаническом саду Южного федерального университета (г. Ростов-на-Дону, Россия). Отбор почвы был произведен из пахотного слоя (0–25 см). Изучение биологических свойств почв включало определение ферментативной активности почвы (активность каталазы и дегидрогеназ), микробиологических (общая численность бактерий и обилие бактерий рода *Azotobacter*) и фитотоксических показателей (всхожесть и длина корней редиса). Исследовали воздействие различных концентраций загрязняющих веществ (ЗВ) – 100, 1000 и 10000 мг/кг. Для оценки степени токсичности наночастиц Al_2O_3 , TiO_2 , Fe_2O_3 и SiO_2 проводили сравнение с влиянием «обычных», не наночастиц оксидов этих элементов. Использовали наночастицы Al_2O_3 , Fe_2O_3 , SiO_2 размером < 50 нм, TiO_2 – < 100 нм.

Результаты

Исследование показало, что наночастицы Al_2O_3 , TiO_2 , Fe_2O_3 и SiO_2 во всех вариантах эксперимента вызывали ухудшение биологических свойств чернозема обыкновенного (табл. 1, 2).

Установлено, что на активность каталазы в черноземе обыкновенном наночастицы оксидов исследованных элементов оказывают более сильное влияние, чем их обычные оксиды. Аналогичная закономерность была установлена в работах [14, 15]. Наиболее сильное влияние среди исследованных веществ на активность ферментов оказали наноча-

стицы оксида кремния. По степени ингибирования активности каталазы вещества образуют следующие ряды: оксиды – $SiO_2 > TiO_2 > Fe_2O_3 > Al_2O_3$; нанопорошки оксидов – $SiO_2 > Fe_2O_3 \geq TiO_2 > Al_2O_3$. Ранжирование веществ по степени ингибирования активности дегидрогеназ дало следующие ряды: оксиды – $SiO_2 \geq Al_2O_3 > TiO_2 \geq Fe_2O_3$; нанопорошки оксидов – $SiO_2 > Fe_2O_3 \geq Al_2O_3 = TiO_2$.

При загрязнении чернозема обыкновенного Al_2O_3 , TiO_2 , Fe_2O_3 , SiO_2 и их нанопорошками отмечается ухудшение микробиологических показателей – снижаются общая численность бактерий и обилие бактерий рода *Azotobacter* (табл. 1).

Таблица 1

Влияние загрязнения Al_2O_3 , TiO_2 , Fe_2O_3 , SiO_2 и их наночастицами на ферментативную активность, на микробиологические и фитотоксические показатели чернозема обыкновенного, % от контроля / Influence of contamination of Al_2O_3 , TiO_2 , Fe_2O_3 , SiO_2 and their nanoparticles on enzymatic activity, microbiological and phytotoxic parameters of ordinary chernozem, % of control

Вещество	Контроль	Доза ЗВ, мг/кг			НСР _{0,05}
		100	1000	10000	
Активность каталазы					
Al ₂ O ₃	100	88	81	77	7
TiO ₂	100	80	72	65	6
Fe ₂ O ₃	100	88	82	65	7
SiO ₂	100	73	64	62	6
Al ₂ O ₃ нано	100	88	80	65	7
TiO ₂ нано	100	82	66	64	6
Fe ₂ O ₃ нано	100	78	68	62	6
SiO ₂ нано	100	64	57	51	5
Активность дегидрогеназ					
Al ₂ O ₃	100	95	72	61	7
TiO ₂	100	94	77	70	7
Fe ₂ O ₃	100	96	80	67	7
SiO ₂	100	83	77	62	7
Al ₂ O ₃ нано	100	101	77	71	7
TiO ₂ нано	100	98	95	55	7
Fe ₂ O ₃ нано	100	94	75	56	7
SiO ₂ нано	100	70	67	55	6
Общая численность бактерий					
Al ₂ O ₃	100	81	70	49	12
TiO ₂	100	68	46	35	10
Fe ₂ O ₃	100	86	57	41	12
SiO ₂	100	84	76	59	14
Al ₂ O ₃ нано	100	68	51	32	10
TiO ₂ нано	100	54	38	22	8
Fe ₂ O ₃ нано	100	68	54	43	10
SiO ₂ нано	100	76	54	30	10
Обилие бактерий рода <i>Azotobacter</i>					
Al ₂ O ₃	100	100	95	85	17
TiO ₂	100	90	85	75	15

Окончание табл. 1

Вещество	Контроль	Доза ЗВ, мг/кг			НСП _{0,05}
		100	1000	10000	
Fe ₂ O ₃	100	95	85	70	15
SiO ₂	100	95	90	80	16
Al ₂ O ₃ нано	100	95	85	80	16
TiO ₂ нано	100	100	85	75	16
Fe ₂ O ₃ нано	100	95	75	55	14
SiO ₂ нано	100	95	90	70	16
Всхожесть редиса					
Al ₂ O ₃	100	90	85	78	15
TiO ₂	100	98	93	80	16
Fe ₂ O ₃	100	95	90	70	16
SiO ₂	100	98	90	80	16
Al ₂ O ₃ нано	100	90	80	65	14
TiO ₂ нано	100	95	80	70	15
Fe ₂ O ₃ нано	100	95	80	70	15
SiO ₂ нано	100	95	85	75	16
Длина корней редиса					
Al ₂ O ₃	100	85	67	53	13
TiO ₂	100	97	75	63	14
Fe ₂ O ₃	100	84	72	60	13
SiO ₂	100	80	79	71	14
Al ₂ O ₃ нано	100	79	75	63	13
TiO ₂ нано	100	79	72	58	13
Fe ₂ O ₃ нано	100	56	47	32	9
SiO ₂ нано	100	70	63	46	11

Наиболее сильное влияние на общую численность бактерий оказали наночастицы титана. Наименьшее воздействие – оксид кремния. По степени негативного влияния на общую численность бактерий вещества образуют следующие ряды: оксиды – TiO₂ > Fe₂O₃ > Al₂O₃ > SiO₂; нанопорошки оксидов – TiO₂ > Al₂O₃ ≥ SiO₂ ≥ Fe₂O₃.

Обилие бактерий рода *Azotobacter* в черноземе обыкновенном снизилось примерно в равной степени при загрязнении оксидами Al₂O₃, TiO₂, Fe₂O₃, SiO₂ и их нанопорошками. По степени негативного влияния на обилие бактерий рода *Azotobacter* вещества образуют следующие ряды: оксиды – TiO₂ = Fe₂O₃ ≥ SiO₂ > Al₂O₃; нанопорошки оксидов – Fe₂O₃ > SiO₂ > TiO₂ = Al₂O₃.

Отрицательно сказалось загрязнение Al₂O₃, TiO₂, Fe₂O₃, SiO₂ и их нанопорошками чернозема обыкновенного на фитотоксические показатели: всхожесть и длину корней редиса (табл. 1).

В результате исследования установлены следующие ряды токсичности по степени негативного влияния на показатель всхожести редиса: оксиды – Al₂O₃ > Fe₂O₃ > SiO₂ ≥ TiO₂; нанопорошки оксидов –

Al₂O₃ ≥ Fe₂O₃ = TiO₂ > SiO₂. По степени негативного влияния на длину корней редиса вещества образуют следующую последовательность: оксиды – Al₂O₃ > Fe₂O₃ > SiO₂ ≥ TiO₂; нанопорошки оксидов – Fe₂O₃ > SiO₂ > TiO₂ ≥ Al₂O₃.

Для установления общих закономерностей влияния оксидов металлов и их нанопорошков на состояние чернозема в зависимости от параметров загрязнения был рассчитан интегральный показатель биологического состояния (ИПБС). При его расчете максимальное значение каждого показателя в выборке принимается за 100 %. По отношению к нему в процентах выражается значение этого же показателя в других пробах, т.е. относительный показатель.

Интегральный показатель был рассчитан по шести показателям: общей численности бактерий, численности бактерий рода *Azotobacter*, активности каталазы, активности дегидрогеназ, всхожести редиса, длине корней редиса (табл. 2).

По результатам ИПБС наночастицы исследуемых веществ оказались более токсичными, чем их оксиды. Существенное воздействие оказывает доза загрязняющего вещества. В большинстве слу-

чаев чем выше концентрация металла в почве, тем сильнее снижается ее биологическая активность. Снижение значений интегрального показателя во всех случаях находится в прямой зависимости от содержания ЗВ в почве. Аналогичная закономерность наблюдается и для наночастиц других веществ [15]. По степени влияния на снижение биологической активности чернозема обыкновенного вещества

образуют следующие ряды: оксиды – $\text{TiO}_2 \geq \text{Fe}_2\text{O}_3 \geq \text{SiO}_2 \geq \text{Al}_2\text{O}_3$; нанопорошки оксидов – $\text{Fe}_2\text{O}_3 = \text{SiO}_2 > \text{TiO}_2 > \text{Al}_2\text{O}_3$. Таким образом, оксиды исследуемых элементов примерно в равной степени снижали биологические показатели, а среди их нанопорошков наиболее токсичными оказались оксиды железа и кремния, наименее – оксид алюминия.

Таблица 2

Изменение ИПБС чернозема обыкновенного при загрязнении Al_2O_3 , TiO_2 , Fe_2O_3 и SiO_2 и их наночастицами, % от контроля / Change of integral indicator of biological state of ordinary chernozem at pollution of Al_2O_3 , TiO_2 , Fe_2O_3 and SiO_2 and their nanoparticles, % of control

Вещество	Контроль	Доза ЗВ, мг/кг			Среднее для 3 доз
		100	300	1000	
Al_2O_3	100	90	78	67	78
TiO_2	100	88	74	65	76
Fe_2O_3	100	91	78	62	77
SiO_2	100	85	79	69	78
Al_2O_3 нано	100	87	75	63	75
TiO_2 нано	100	85	73	57	71
Fe_2O_3 нано	100	81	67	53	67
SiO_2 нано	100	78	69	54	67

Заключение

Загрязнение чернозема обыкновенного Al_2O_3 , TiO_2 , Fe_2O_3 , SiO_2 и их наночастицами приводит к ухудшению его биологических свойств: снижаются общая численность бактерий, обилие бактерий рода *Azotobacter*, активность каталазы, активность дегидрогеназ, всхожесть семян и длина корней редиса. Оксиды исследуемых элементов оказали примерно равное негативное влияние на данные показатели, в то время как среди нанопорошков наиболее токсичными оказались оксиды железа и кремния, наименее – оксид алюминия. Установлено, что нанопорошки Al_2O_3 , TiO_2 , Fe_2O_3 и SiO_2 снижают биологические показатели чернозема обыкновенного в большей степени, чем «обычные» формы оксидов.

Стимулирующего действия исследуемых веществ на биологические свойства чернозема обыкновенного зафиксировано не было, что говорит о высокой токсичности исследуемых веществ.

Наиболее чувствительным к загрязнению Al_2O_3 , TiO_2 , Fe_2O_3 , SiO_2 и их нанопорошками оказался показатель общей численности бактерий, в наименьшей степени снижались такие показатели, как всхожесть редиса и обилие бактерий рода *Azotobacter*.

Литература

1. Dimkpa C.O., Mclean J.E., Britt D.W., Anderson A.J. CuO and ZnO nanoparticles differently affect the secre-

tion of fluorescent siderophores in the beneficial root colonizer, *Pseudomonas chlororaphis* O6 // *Nanotoxicology*. 2012. Vol. 6, № 6. P. 635–642.

2. Mahmoudi M. Assessing the in vitro and in vivo toxicity of superparamagnetic iron oxide nanoparticles // *Chem. Rev. S.* 2012. Vol. 1. P. 2323–2338.

3. Kim S., Sin H., Lee S., Lee I. Influence of Metal Oxide Particles on Soil Enzyme Activity and Bioaccumulation of Two Plants // *J. Microbiol. Biotechnol.* 2013. Vol. 23, № 9. P. 1279–1286.

4. Ben-Moshe T., Frenk S., Dror I., Minz D., Berkowitz B. Effects of metal oxide nanoparticles on soil properties // *Chemosphere*. 2013. Vol. 90, № 2. P. 640–646.

5. Cao J.L., Feng Y.Z., Lin X.G., Wang J.H., Xie X.Q. Iron oxide magnetic nanoparticles deteriorate the mutual interaction between arbuscular mycorrhizal fungi and plant. // *J. Soils Sediments*. 2017. Vol. 17, № 3. P. 841–851.

6. Wang J.A., Shu K.H., Zhang L., Si Y.B. Effects of silver nanoparticles on soil microbial communities and bacterial nitrification in suburban vegetable soils // *Pedosphere*. 2017. Vol. 27, № 3. P. 482–490.

7. Golinska P., Świecimska M., Wypij M. Ecotoxicity of Metal Nanoparticles on Microorganisms // *Nanomaterials: Ecotoxicity, Safety, and Public Perception*. 2018. P. 77–93.

8. Degenkolb L., Kaupenjohann M., Klitzke S. The Variable Fate of Ag and TiO_2 Nanoparticles in Natural Soil Solutions – Sorption of Organic Matter and Nanoparticle Stability // *Water, Air, & Soil Pollution*. 2019. Vol. 230, № 3. P. 62–68.

9. Kolesnikov S.I., Varduny T.V., Lysenko V.S., Kapralova O.A., Chokheli V.A., Sereda M.M., Dmitriev P.A.,

Varduny V.M. Effect of nano- and crystalline metal oxides on growth, gene- and cytotoxicity of plants in vitro and ex vitro // *Turczaninowia*. 2018. Vol. 21, № 4. P. 207–214.

10. He S., Feng Y., Ren H., Zhang Y., Gu N., Lin X. The impact of iron oxide magnetic nanoparticles on the soil bacterial community // *Soils Sed.* 2011. № 1. P. 1–10.

11. Назарова А.А., Куцкир М.В. Особенности действия наноразмерных частиц меди на физиологические процессы в растительном организме // *Современная химическая физика: сб. тез. XXIV конф. Туапсе*, 2012. С. 93–94.

12. Дербина Т.Д. Адаптивные реакции и пределы толерантности *Triticum aestivum* и *Allium cepa* к наночастицам меди и железа: дис. ... канд. биол. наук. Оренбург, 2015. 123 с.

13. Asadishad B., Chahal S., Akbari A., Cianciarelli V., Azodi M., Ghoshal S., Tufenkji N. Amendment of Agricultural Soil with Metal Nanoparticles: Effects on Soil Enzyme Activity and Microbial Community Composition // *Environ. Sci. Technol.* 2018. Vol. 52, № 4. P. 1908–1918.

14. Колесников С.И., Тимошенко А.Н., Казеев К.Ш., Акименко Ю.В. Влияние загрязнения наночастицами оксидов никеля и железа на биологические свойства чернозема обыкновенного североприазовского // *Изв. вузов. Сев.-Кавк. регион. Естеств. науки*. 2016. № 1 (189). С. 71–75.

15. Тимошенко А.Н., Колесников С.И., Казеев К.Ш., Акименко Ю.В. Оценка экотоксичности наночастиц тяжелых металлов по биологическим показателям чернозема. Ростов н/Д.; Таганрог : ЮФУ, 2017. 106 с.

References

1. Dimkpa C.O., Mclean J.E., Britt D.W., Anderson A.J. CuO and ZnO nanoparticles differently affect the secretion of fluorescent siderophores in the beneficial root colonizer, *Pseudomonas chlororaphis* O6. *Nanotoxicology*. 2012, vol. 6, No. 6, pp. 635–642.

2. Mahmoudi M. Assessing the in vitro and in vivo toxicity of superparamagnetic iron oxide nanoparticles. *Chem. Rev. S.* 2012, vol. 1, pp. 2323–2338.

3. Kim S., Sin H., Lee S., Lee I. Influence of Metal Oxide Particles on Soil Enzyme Activity and Bioaccumulation of Two Plants. *J. Microbiol. Biotechnol.* 2013, vol. 23, No. 9, pp. 1279–1286.

4. Ben-Moshe T., Frenk S., Dror I., Minz D., Berkowitz B. Effects of metal oxide nanoparticles on soil properties. *Chemosphere*. 2013, vol. 90, No. 2, pp. 640–646.

5. Cao J.L., Feng Y.Z., Lin X.G., Wang J.H., Xie X.Q. Iron oxide magnetic nanoparticles deteriorate the mutual interaction between arbuscular mycorrhizal fungi and plant. *J. Soils Sediments*. 2017, vol. 17, No. 3, pp. 841–851.

6. Wang J.A., Shu K.H., Zhang L., Si Y.B. Effects of silver nanoparticles on soil microbial communities and bacterial nitrification in suburban vegetable soils. *Pe-dosphere*. 2017, vol. 27, No. 3, pp. 482–490.

7. Golinska P., Świecimska M., Wypij M. Ecotoxicity of Metal Nanoparticles on Microorganisms. *Nanomaterials: Ecotoxicity, Safety, and Public Perception*. 2018, pp. 77–93.

8. Degenkolb L., Kaupenjohann M., Klitzke S. The Variable Fate of Ag and TiO₂ Nanoparticles in Natural Soil Solutions - Sorption of Organic Matter and Nanoparticle Stability. *Water, Air, & Soil Pollution*. 2019, vol. 230, No. 3, pp. 62–68.

9. Kolesnikov S.I., Varduny T.V., Lysenko V.S., Kapralova O.A., Chokheli V.A., Sereda M.M., Dmitriev P.A., Varduny V.M. Effect of nano- and crystalline metal oxides on growth, gene- and cytotoxicity of plants in vitro and ex vitro. *Turczaninowia*. 2018, vol. 21, No. 4, pp. 207–214.

10. He S., Feng Y., Ren H., Zhang Y., Gu N., Lin X. The impact of iron oxide magnetic nanoparticles on the soil bacterial community. *Soils Sed.* 2011, No. 1, pp. 1–10.

11. Nazarova A.A., Kutsir M.V. [Features of the action of nanoscale copper particles on physiological processes in the plant body]. *Sovremennaya khimicheskaya fizika* [Modern chemical physics]. Proceedings of the 24th Conference. Tuapse, 2012, pp. 93–94.

12. Deryabina T.D. *Adaptivnye reaktsii i predely tolerantnosti Triticum aestivum i Allium cepa k nanochastitsam medi i zheleza: dis. ... kand. biol. nauk* [Adaptive reactions and tolerance limits of *Triticum aestivum* and *Allium cepa* to copper and iron nanoparticles]. Orenburg, 2015, 123 p.

13. Asadishad B., Chahal S., Akbari A., Cianciarelli V., Azodi M., Ghoshal S., Tufenkji N. Amendment of Agricultural Soil with Metal Nanoparticles: Effects on Soil Enzyme Activity and Microbial Community Composition. *Environ. Sci. Technol.* 2018, vol. 52, No. 4, pp. 1908–1918.

14. Kolesnikov S.I., Timoshenko A.N., Kazeev K.Sh., Akimenko Yu.V. Vliyanie zagryazneniya nanochastitsami oksidov nikelya i zheleza na biologicheskie svoystva chernozema obyknovennogo severopriazovskogo [Influence of pollution of nickel and iron oxides by nanoparticles on biological properties of ordinary chernozem of the Northern Azov region]. *Izv. vuzov. Sev.-Kavk. region. Estestv. nauki*. 2016, No. 1 (189), pp. 71–75.

15. Timoshenko A.N., Kolesnikov S.I., Kazeev K.Sh., Akimenko Yu.V. *Otsenka ekotoksichnosti nanochastits tyazhelykh metallov po biologicheskimi pokazatelyam chernozema* [Assessment of toxicity of nanoparticles of heavy metals on biological indicators of chernozem]. Ros-tov-on-Don; Taganrog: YuFU, 2017, 106 p.

НАУЧНАЯ ЖИЗНЬ

SCIENTIFIC LIFE

DOI 10.23683/0321-3005-2019-3-101-102

ХII ВСЕРОССИЙСКИЙ СЪЕЗД ПО ФУНДАМЕНТАЛЬНЫМ ПРОБЛЕМАМ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ И ПРИКЛАДНОЙ МЕХАНИКИ (УФА, 19–25 АВГУСТА 2019 г.)

12TH ALL-RUSSIAN CONGRESS ON FUNDAMENTAL PROBLEMS OF THEORETICAL AND APPLIED MECHANICS (UFA, AUGUST 19-25, 2019)

С 19 по 25 августа 2019 г. в столице Башкортостана Уфе проходил очередной Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики. Для работы в нем было подано более 2000 заявок.

Очное участие в работе съезда (либо с докладами, либо в качестве слушателей) приняли около 1500 ученых. Среди них представители институтов РАН, российских и зарубежных университетов, отечественных промышленных предприятий, национальных академий наук республик Армения, Казахстан, Беларусь, Таджикистан, представители дальнего зарубежья.

География участников съезда охватывает более 70 российских городов. Наиболее многочисленные научные делегации представлены следующими городами: Москва (414), Уфа (более 200), Пермь (135), Новосибирск (89), Санкт-Петербург (85), Казань (45), Нижний Новгород (38), Жуковский (34), Екатеринбург (26), Ростов-на-Дону (19).

В составе участников съезда – 12 академиков и 20 членов-корреспондентов РАН, около 600 докторов наук и более 300 молодых ученых.

В период проведения съезда было представлено 11 пленарных, 40 секционных, 652 устных и 659 стендовых докладов в подсекциях и симпозиумах. Общее количество докладов – 1362; они охватили все направления современной механики.

В рамках съезда была проведена IV Всероссийская школа молодых ученых-механиков, работала Российская национальная выставка технических достижений.

Участников съезда приветствовали президент Российской Федерации В.В. Путин, председатель Совета Федерации ФС РФ В.И. Матвиенко, вре-

менно исполняющий обязанности главы Республики Башкортостан Р.Ф. Хабиров, министр науки и высшего образования России М.М. Котюков, президент Российской академии наук А.М. Сергеев.

Работа съезда проходила по нескольким направлениям, традиционно сгруппированным в секции.

Секция I. Проблемы общей и прикладной механики, включая аналитическую механику и устойчивость движения, управление и оптимизацию в механических системах, колебания механических систем, механику систем твердых и деформируемых тел, роботов и машин, космического полета.

Секция II. Проблемы механики жидкости и газа, включая гидродинамику, аэродинамику и газовую динамику, устойчивость течений и турбулентность, физико-химическую механику сплошных сред, механику многофазных сред и проблемы фильтрации.

Секция III. Проблемы механики деформируемого твердого тела, включая теорию упругости и вязкоупругости, пластичности и ползучести, динамические процессы в деформируемых средах, механику разрушения и повреждений, контактного взаимодействия, неоднородных сред, композиты, моментные, градиентные, микрополярные среды, механохимию, неклассические модели механики сплошных сред, проблемы оптимизации, идентификации и надежности, проблемы мезо- и наномеханики.

Кроме того, в работе съезда были организованы междисциплинарные симпозиумы, посвященные механике природных процессов, биомеханике, механике процессов нефтедобычи и транспортировки нефти, механике взаимодействия жидких, газообразных и твердых тел и смазочным материалам в триботехнике.

В пленарных и секционных докладах обсуждался широкий круг как традиционных проблем механики, так и проблем, лежащих на стыке механики с другими фундаментальными и прикладными науками. Работа съезда продемонстрировала огромные возможности применения подходов и методов механики в исследованиях различных явлений и процессов различного масштаба и уровня сложности.

Доклады, произнесенные на съезде, показали, что российские ученые-механики не потеряли своих позиций в мировой науке, а в ряде научных направлений они занимают приоритетное положение.

Особо отметим результаты молодых исследователей, с научной работой которых связаны пер-

спективы развития отечественной науки. На закрытии съезда лучшие по подсекциям доклады молодых ученых были отмечены дипломами. Среди награжденных – два представителя Ростова-на-Дону (Г. Леви и В. Юров).

В последний день работы съезда состоялось заседание Российского национального комитета по теоретической и прикладной механике. Были подведены некоторые итоги, избран президиум национального комитета и новые его члены.

С большим удовлетворением отмечаем блестящую работу оргкомитета по подготовке и прекрасную организацию научных мероприятий съезда.

Следующий съезд планируется провести в 2023 г.

А.О. Ватульян, доктор физико-математических наук,
профессор, ЮФУ, Ростов-на-Дону,

М.И. Карякин, доктор физико-математических наук,
доцент, ЮФУ, Ростов-на-Дону,

А.А. Назаров, доктор физико-математических наук,
Институт проблем сверхпластичности
металлов РАН, Уфа

DOI 10.23683/0321-3005-2019-3-103-105

III МЕЖДУНАРОДНАЯ КАВКАЗСКАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ (РОСТОВ-НА-ДОНУ, 26–29 АВГУСТА 2019 г.)

3th INTERNATIONAL CAUCASIAN MATHEMATICAL CONFERENCE (ROSTOV-ON-DON, AUGUST 26-29, 2019)

Третья Кавказская математическая конференция (СМС-III) была организована и проведена в Ростове-на-Дону, Россия, 26–29 августа 2019 г. под эгидой Европейского математического общества (EMS) на базе Южного федерального университета (ЮФУ) при сотрудничестве и поддержке математических обществ Армении, Азербайджана, Грузии, Ирана,

Москвы и Турции. Основная цель серии Кавказских математических конференций (СМС) – собирать математиков из Кавказа и соседних стран раз в два года в одном из государств-участников. Были также математики из других стран – Италии, ОАЭ, Израиля, Германии, Норвегии, Мексики, Колумбии. Сайт конференции <https://euro-math-soc.eu/cmcs/>.



Участники конференции у памятника М.И. Платову, г. Ростов-на-Дону

Кавказская математическая конференция (СМС) представляет собой уникальный проект, с самого начала получивший полную поддержку EMS. Пер-

вая конференция СМС-I состоялась в Тбилиси (Грузия) в 2014 г. и увенчалась полным успехом. Вторая конференция СМС-II собралась в Ване

(Турция) в 2017 г. Ее организация столкнулась с серьезными проблемами. В связи с политической ситуацией в Турции ее пришлось перенести с 2016 на 2017 г. На ней было принято решение провести третью конференцию СМС-III в Ростове-на-Дону (Россия). Это предложение было поддержано исполкомом EMS. Каждая страна – участница проекта рекомендует одного пленарного и двух молодых приглашенных докладчиков. Одного пленарного докладчика предлагает EMS. С самого начала EMS поставило перед странами – участницами проекта условие: научный уровень докладов должен соответствовать принятому на международных и европейских математических конгрессах.

Отметим основных официальных представителей стран-участниц и сообществ: Волькер Мерманн (президент EMS); Армен Сергеев (вице-президент EMS, представитель Московского математического общества); Бетул Танбай (вице-президент EMS, представитель Турецкого математического общества, организатор второй конференции в Ване, Турция, 2017); Аттила Аскар (президент Турецкого математического общества), Роланд Дудучава (председатель Национального комитета по математике Грузии, организатор первой конференции в Тбилиси, Грузия, 2014); Юрий Мовсисян (президент Армянского математического общества); Асаф Гаджиев (президент Азербайджанского математического общества).

Данное мероприятие явилось одним из главных в деятельности Регионального научно-образовательного математического центра ЮФУ (РНОМЦ ЮФУ) в 2019 г. Локальные организаторы СМС-III: Алексей Карапетянц, профессор ЮФУ и руководитель РНОМЦ ЮФУ; Владислав Кравченко, профессор центра CINVESTAV (Мексика) и научный руководитель РНОМЦ ЮФУ; сотрудники РНОМЦ ЮФУ Джоэль Рестрепо и Ольга Пичугина.

О значении Кавказских конференций для математического сообщества рассказал Армен Сергеев. Они позволили установить горизонтальные научные связи между математиками шести кавказских государств – участниц проекта, названных выше. В отличие от вертикальных связей между этими странами и ведущими математическими державами, горизонтальные связи между математиками стран-участниц были либо нарушены в начале XXI в., либо не существовали вовсе. Нетрудно представить, насколько сложно было организовать в этой ситуации первые конференции СМС. С другой стороны, их проведение явилось важным событием в математической жизни. Оно продемонстрировало, что, несмотря на различия в государственном устройстве, истории и культуре стран-участниц, ученые этих стран могут успешно общаться между собой на уни-

версальном языке математики и работать совместно над общими задачами.

К участникам конференции обратилась врио ректора ЮФУ Инна Шевченко.

Вот суть ее выступления:

– Наука не имеет географических границ. Нам очень важно, что СМС-III проходит в Ростове-на-Дону на базе ЮФУ, потому что традиционно Ростов – это ворота Кавказа. Это одна из характеристик экономико-географического положения Ростовской области и, следовательно, тех задач, которые видит в своём развитии ЮФУ как один из 10 федеральных университетов страны, образованный с целью формирования единого научно-образовательного пространства на Юге России, в том числе на Кавказе.



А. Карапетянц, И. Шевченко, А. Сергеев



А. Карапетянц, М. Карякин, В. Мерманн (президент EMS), А. Сергеев (вице-президент EMS), Р. Дудучава (председатель Национального комитета по математике Грузии, организатор СМС-I), Б. Танбай (вице-президент EMS, организатор СМС-II)

Алексей Карапетянц отметил, что тематика конференции СМС-III охватывает широкий спектр направлений современной математики, включая фундаментальные проблемы алгебры, геометрии, топологии, теории чисел и математической логики, вопросы современного классического анализа, теории операторов, теории функций и аппроксимаций, задачи комплексного анализа, вопросы математической физики, уравнений в частных производных и их приложения. Также обсужда-

ются задачи, связанные с моделированием процессов, возникающих в естественных науках и их приложениях. Проведение конференции, несомненно, оказало существенное влияние на развитие и укрепление культурного и научного общения со странами Кавказского региона и Черноморского бассейна. Данное событие содействовало реализации комплекса мероприятий ЮФУ в сфере математической науки по продвижению российской науки в мировом масштабе.

А.Н. Карапетянц, доктор физико-математических наук, Институт математики, механики и компьютерных наук им. И.И. Воровича ЮФУ и Региональный научно-образовательный математический центр ЮФУ, Ростов-на-Дону,

О.А. Пичугина, кандидат физико-математических наук, Региональный научно-образовательный математический центр ЮФУ, Ростов-на-Дону

К 100-ЛЕТИЮ Ю.А. ЖДАНОВА

TO THE 100th ANNIVERSARY OF YU.A. ZHDANOV

DOI 10.23683/0321-3005-2019-3-106-107

**ЮРИЙ АНДРЕЕВИЧ ЖДАНОВ – ВЫДАЮЩИЙСЯ УЧЕНЫЙ,
ФИЛОСОФ И СОЗИДАТЕЛЬ**

**YURIY ANDREEVICH ZHDANOV - OUTSTANDING SCIENTIST,
PHILOSOPHER AND CREATOR**



Очень редко можно найти ученых, одаренных одновременно в области естественно-научных и гуманитарных наук, к тому же блестяще образованных, обладающих организаторскими способностями и государственным мышлением. Таким был Юрий Андреевич Жданов.

До начала Великой Отечественной войны он успел окончить химический факультет Московского государственного университета (МГУ) по специальности «органическая химия». Во время войны служил в Главном политическом управлении Красной армии, занимался пропагандой среди войск противника. Много времени провел на фронте. Для выполнения своей работы ему пришлось изучить нацистскую идеологию, в подлинниках прочитать сочинения Гитлера, Розенберга, всю нацистскую

литературу. В этот период им написан ряд статей по теме нацизма и фашизма, где определена его сущностная природа. Юрий Андреевич окончил войну в чине майора. После демобилизации из армии преподавал в МГУ и учился в аспирантуре Института философии Академии наук СССР.

Его интерес к философии возник во время работы в политическом управлении ЦК ВКП(б) в годы войны. Там же он познакомился с выдающимся востоковедом И.С. Брагинским, немецким ученым А. Курелла, чешским философом Э. Кольманом, специалистом по философским проблемам естествознания, химиком и философом Б.М. Кедровым.

В 1948 г. он защитил кандидатскую диссертацию по философии «Понятие гомологии в органической химии». В процессе работы над диссертацией и еще раньше, в студенческие годы, Ю.А. Жданов увлекался идеями запретного в то время академика Н.И. Вавилова, занимавшегося в свое время проблемами гомологии в биологии. Статьи Н.И. Вавилова он обнаружил в библиотеке (видимо, забыли изъять).

Биологией, как и химией, он занимался всю жизнь. Во время биологических баталей в 1948 г. Юрий Андреевич в Политехническом музее читал лекцию на тему «Спорные вопросы современного дарвинизма», в которой, по замечанию И.В. Сталина, не оставил от Лысенко камня на камне. Юрий Андреевич приводит основное содержание этой лекции в своей книге «Взгляд в прошлое: воспоминания очевидца» (Ростов-на-Дону: Феникс, 2004. 448 с.).

В этой книге много страниц посвящено различным проблемам биологической науки, научному

наследию Н.И. Вавилова, его последователям, негативным последствиям биологических баталий.

В 1953 г. Юрий Андреевич был направлен на партийную работу в Ростов и до 1957 г. возглавлял отдел науки и культуры местного обкома КПСС. Здесь он продолжил исследовательскую работу по химии и в 1957 г. защитил вторую кандидатскую диссертацию по базовой специальности, в 1960 г. – докторскую.

В 1962 г. опубликована монография Ю.А. Жданова «Химические превращения углеводородного скелета углеводородов» (Изд-во АН СССР) и создана первая в России кафедра химии природных соединений. Труды Ю.А. Жданова в области химии отражены более чем в 150 научных статьях и нескольких монографиях. За цикл работ по химии он в 1970 г. был избран членом-корреспондентом Академии наук СССР. Широта научных интересов Юрия Андреевича отражена в работах в пограничных науках – биологии, биогеохимии, генетике. Ему принадлежит более 20 авторских свидетельств, фиксирующих приоритеты в области синтеза практически важных биологически активных веществ. Среди его публикаций есть исследования по проблемам биогеохимии, химической эволюции, теории ноосферы.

При его участии в Ростовском государственном университете (РГУ) разработан курс «Человек и биосфера». В 1983 г. присуждена Государственная премия СССР коллективу под его руководством за математическую имитационную модель Азовского моря – первую в мире модель сложной экологической системы.

Характерная черта деятельности Ю.А. Жданова – желание, стремление и умение создавать, строить, осваивать, объединять. Особенно это проявилось, когда он стал в 1957 г. ректором РГУ.

Глубоко зная культуру и особенности республик Северного Кавказа, понимая, что сложившееся в условиях СССР их положение достаточно авто-

номное, без тесного взаимодействия между собой, и что в них проживают талантливые и способные давать стране гораздо больше, чем получалось, народы, Юрий Андреевич осознал и доказал, что образование и наука являются тем сплачивающим и объединяющим фактором, который нужен Северному Кавказу. Благодаря его деятельности был создан Северо-Кавказский научный центр высшей школы (СКНЦ ВШ) во главе с базовым вузом – РГУ. По его инициативе были созданы научно-исследовательские институты, которые смогли поднять региональную науку на новый уровень и обеспечить подготовку кадров высшей квалификации не только для Ростовской области, но и для всех нуждающихся в них вузов Северного Кавказа. Вопреки существовавшим в то время местническим традициям, ворота для поступления по заявкам республик были открыты в РГУ, что вызвало искреннюю благодарность в республиках, получивших высокообразованных выпускников одного из лучших вузов страны.

Было единодушное мнение, как директивных органов страны, инспектировавших СКНЦ ВШ, так и руководств республик, что Ю.А. Жданов «переделал» Северный Кавказ. В своей работе Юрий Андреевич всегда опирался на талантливых и энергичных коллег, поддерживающих его идеи, и находил их как в Ростовской области, так и в республиках Северного Кавказа. Так, в вопросах организации науки он делился своими соображениями с академиками И.И. Воровичем, А.В. Каляевым, М.Ч. Залихановым, другими известными учеными. Благодаря продуктивному и нужному для страны вовлечению в науку, образование и культуру, а также, как следствие, в производственную деятельность населения, в первую очередь молодежи, Юрий Андреевич снискал глубочайшее уважение народов Северного Кавказа и Ростовской области, Краснодарского края, других регионов.

Его помнят, его книги читают, о нем пишут.

В.А. Бабешко,

академик РАН, доктор физико-математических наук, профессор, Кубанский государственный университет, Краснодар

Научные специальности и соответствующие им отрасли науки, по которым издание включено в Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук:

Физико-математические науки

- 01.01.01 Вещественный, комплексный и функциональный анализ
- 01.01.02 Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление
- 01.01.03 Математическая физика
- 01.01.04 Геометрия и топология
- 01.01.07 Вычислительная математика
- 01.01.09 Дискретная математика и математическая кибернетика
- 01.02.04 Механика деформируемого твердого тела
- 01.02.05 Механика жидкости, газа и плазмы
- 01.02.06 Динамика, прочность машин, приборов и аппаратуры

Науки о Земле

- 25.00.01 Общая и региональная геология (геолого-минералогические науки)
- 25.00.07 Гидрогеология (геолого-минералогические науки)
- 25.00.09 Геохимия, геохимические методы поисков полезных ископаемых (геолого-минералогические науки)
- 25.00.12 Геология, поиски и разведка нефтяных и газовых месторождений (геолого-минералогические науки)
- 25.00.23 Физическая география и биогеография, география почв и геохимия ландшафтов (географические науки)
- 25.00.23 Физическая география и биогеография, география почв и геохимия ландшафтов (геолого-минералогические науки)
- 25.00.24 Экономическая, социальная, политическая и рекреационная география (географические науки)
- 25.00.26 Землеустройство, кадастр и мониторинг земель (географические науки)
- 25.00.27 Гидрология суши, водные ресурсы, гидрохимия (географические науки)
- 25.00.28 Океанология (географические науки)
- 25.00.28 Океанология (геолого-минералогические науки)
- 25.00.30 Метеорология, климатология, агрометеорология (географические науки)
- 25.00.36 Геоэкология (геолого-минералогические науки)

Финансовые условия и оплата

Статья, оформленная по нашим правилам, после поступления в редакцию в обязательном порядке рассматривается рецензентами и утверждается на редколлегии. Рецензирование обычно длится 2-4 недели. Если положительная рецензия получена, статья включается в очередной номер. Если есть замечания - отправляется автору на доработку. В случае положительного решения необходимо будет заполнить авторский договор и оплатить публикацию.

Стоимость 1 страницы (1800 знаков, включая пробелы) – 693 рубля. Оплата может быть произведена организацией (в этом случае надо указать её реквизиты для оформления платёжных документов) или авторами (мы вышлем квитанцию для оплаты через банк). Для аспирантов очной формы предусмотрена 50%-я скидка, если аспирант – единственный автор.

Бесплатный авторский экземпляр журнала высылается на указанный автором адрес.

**НАУЧНО-ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ И ПРИКЛАДНОЙ ЖУРНАЛ
«ИЗВЕСТИЯ ВЫСШИХ УЧЕБНЫХ ЗАВЕДЕНИЙ.
СЕВЕРО-КАВКАЗСКИЙ РЕГИОН. ЕСТЕСТВЕННЫЕ НАУКИ»**

Рецензируемый журнал «Известия вузов. Северо-Кавказский регион. Естественные науки» продолжает приём работ. Он имеет статус центрального издания и включён в перечень ВАК по следующим отраслям:

- физико-математические науки (математика, механика);
- науки о Земле.

Принимаются работы и по другим отраслям науки. Также печатаются материалы в разделах «Заметки о книгах»; «Научная жизнь»; «Штрихи к портрету».

Журнал издается с периодичностью 4 номера в год. С электронной версией можно ознакомиться на сайте Научной электронной библиотеки http://elibrary.ru/title_about.asp?id=7362. Опубликованные статьи индексируются в российских и международных электронных библиотеках и наукометрических базах данных: РИНЦ (RSCI), РУКОНТ, «Киберленинка», ЭБС «Университетская библиотека онлайн», Ulrich, EBSCO, Chemical Abstracts.

Авторы, сохраняя за собой авторские права на работу и передавая журналу «Известия вузов. Северо-Кавказский регион» право первой публикации, автоматически принимают на себя обязательство не печатать её ни полностью, ни частично в каком-либо издании без указания ссылки на оригинальную публикацию в этом журнале.

Издательские услуги оплачиваются организацией или автором после утверждения статьи на редколлегии.

Оформление работ осуществляется согласно правилам:

1. Представляется статья в электронном виде. После заголовка указать индекс УДК.
2. Текст должен быть набран в редакторе MicroSoft Office Word 2000, 2003, 2007, 2010, 2016 через 1,5 интервала, шрифтом Times New Roman, размером 14 пт, страницы пронумерованы.
3. Сопроводительное или рекомендательное письмо, если статья представляется от организации. Экспертное заключение.
4. Полное название организации и ее адрес на русском и английском языках.
5. Сведения об авторах с указанием адреса, по которому будет вестись переписка, на русском и английском языках.
6. Название статьи и фамилии авторов на русском и английском языках.
7. Аннотация на русском и английском языках (1000–1500 знаков / 150–200 слов).
8. Ключевые слова на русском и английском языках (8–10 слов).

Журнал распространяется по подписке – через ОАО «Роспечать». Подписной индекс – 70415 (подписка на полугодие). В неподписной период отдельные номера журнала за нынешний и прошлые годы можно приобрести в редакции.

Адрес для переписки: 344006, г. Ростов-на-Дону, ул. Б. Садовая, 105/42, ЮФУ, редакция журнала «Известия вузов. Северо-Кавказский регион. Естественные науки».

Тел./факс главной редакции (863) 218-40-00 добавочный 11-093, 11-094.

E-mail: izvestiya@sfedu.ru

Адрес в Интернете: www.izvestiya.sfedu.ru